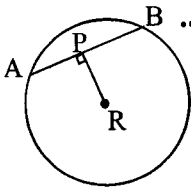



باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	

ردیف	سؤالات (باسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

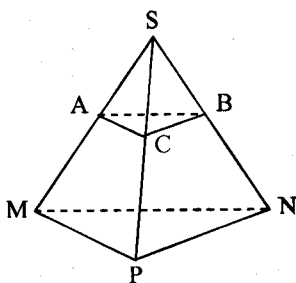
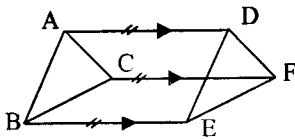
۰/۵	۱	برای رد حدس های کلی زیر مثال نقض ارائه دهید: الف) اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند ، آنگاه هر دو زاویه قائمه هستند . ب) اگر دو مثلث هم مساحت باشند ، آنگاه همنهشت هستند .
۱/۲۵	۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.
۱	۳	(عکس قضیه لولا): به روش برهان خلف ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظیر مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول بزرگتر از ضلع سوم مثلث دوم باشد ، آنگاه زاویه ی بین دو ضلع از مثلث اول بزرگتر از زاویه ی بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم است .
۱/۲۵	۴	قضیه: ثابت کنید عمود منصف های ضلع های هر مثلث همرسند .
۱	۵	از مثلث ABC اندازه های $AC = b$ و $AB = c$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید . (روش رسم را توضیح دهید)
۱	۶	با توجه به شکل رو به رو اگر طول شعاع ۱۰ و $PR = 6$ ، آنگاه طول AP و AB را به دست آورید. 
۱/۵	۷	قضیه: ثابت کنید اندازه هر زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان رو به روی آن است .
۲	۸	با توجه به شکلهای زیر اندازه ی x و y را در شکل (الف) و اندازه ی z را در شکل (ب) تعیین کنید. 
۱/۵	۹	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) چند ضلعی محیطی ب) نگاشت پ) صفحه عمود منصف یک پاره خط
		«ادامه پرسش ها در صفحه دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۱۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

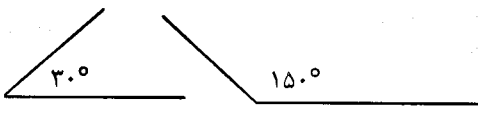
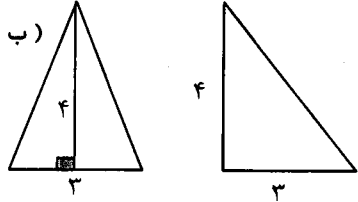
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

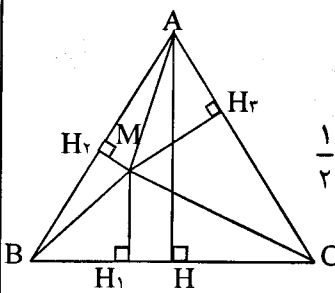
۱۰	نقاط $A(1, 3)$ ، $B(5, 5)$ و $C(6, 3)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش تحت تبدیل $D(x, y) = (2x, 2y)$ را رسم کنید. ب) طول ضلع $AB$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵
۱۱	معادله ی تصویر خط $y = 2x + 3$ تحت دوران $R(x, y) = (-y, x)$ را به دست آورده و سپس آنها را رسم کنید.	۱/۵
۱۲	پاره خط های $AD$ ، $BE$ و $CF$ مساوی و موازی اند. با استفاده از ویژگی های تبدیل انتقال ثابت کنید: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .	۱/۲۵
۱۳	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) اگر ..... نقطه ی متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد. ب) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط ..... می گویند. پ) اگر صفحه ای دو صفحه ی موازی را قطع کند، آنگاه فصل مشترکها با هم ..... هستند. ت) خط $L$ بر صفحه ی $P$ عمود است اگر و تنها اگر، بر دو خط ..... از صفحه ی $P$ عمود باشد.	۱
۱۴	وضعیت نسبی خط و صفحه در فضا را بنویسید. (سه حالت)	۰/۷۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه ی $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می کند.	۱/۵
۱۶	ثابت کنید در یک هرم، وسط یال های آن، در یک صفحه موازی قاعده قرار دارند.	۱/۲۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

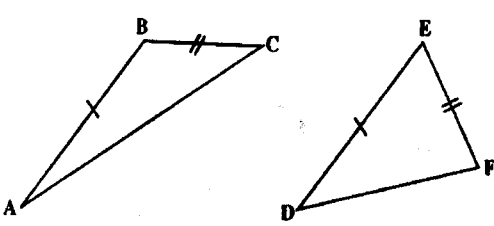


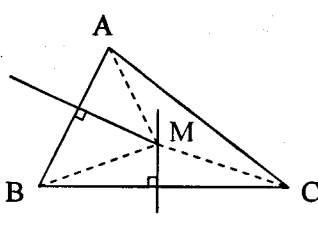
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۳/۱۰/۱۵
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	(الف) (۰/۲۵) 	(ب) (۰/۲۵) 
---	---	--

۲	<p>فرض کنیم <math>M</math> نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع <math>ABC</math> باشد از <math>M</math> به رأس های <math>A</math>، <math>B</math> و <math>C</math> وصل می کنیم. اگر <math>AH</math> ارتفاع مثلث <math>ABC</math> و <math>MH_1</math>، <math>MH_2</math> و <math>MH_3</math> فاصله های نقطه <math>M</math> از سه ضلع مثلث باشد. (۰/۵)</p> <p>بنابراین:</p> $S_{ABC} = S_{BMC} + S_{AMB} + S_{AMC} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} MH_1 \times BC + \frac{1}{2} MH_2 \times AB + \frac{1}{2} MH_3 \times AC \quad (۰/۲۵)$ <p>چون که <math>AB = AC = BC</math> پس <math>AH = MH_1 + MH_2 + MH_3</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین مجموع فواصل نقطه <math>M</math> از اضلاع، مقدار ثابت <math>AH</math> می باشد.</p> 	۱/۲۵
---	--	------

۳	<p>فرض کنیم <math>AB = ED</math>، <math>BC = EF</math>، <math>AC &gt; DF</math> می خواهیم ثابت کنیم <math>\hat{B} &gt; \hat{E}</math>. برهان خلف: فرض می کنیم حکم درست نباشد یعنی <math>\hat{B} \leq \hat{E}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۱) اگر <math>\hat{B} = \hat{E}</math> با توجه به فرض دو مثلث همنهشت می شوند. پس <math>AC = DF</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۲) اگر <math>\hat{B} &lt; \hat{E}</math> با توجه به فرض و قضیه لولا نتیجه می شود <math>AC &lt; DF</math> (۰/۲۵) در هر دو حالت نتایج به دست آمده با فرض مسئله تناقض دارد. پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p> 	۱
---	--	---

۴	<p>عمود منصف های دو ضلع <math>AB</math> و <math>BC</math> از مثلث <math>ABC</math> را رسم می کنیم تا یکدیگر را در <math>M</math> قطع کنند. (۰/۲۵) چون <math>M</math> روی عمود منصف <math>BC</math> است، پس (۱) <math>MB = MC</math> (۰/۲۵) و چون <math>M</math> روی عمود منصف <math>AB</math> است، پس (۲) <math>MA = MB</math> (۰/۲۵) از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>MA = MC</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نقطه <math>M</math> از دوسر پاره خط <math>AC</math> به یک فاصله است. یعنی نقطه <math>M</math> روی عمود منصف <math>AC</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>پس عمود منصف های ضلع های هر مثلث هم‌رستند.</p> 	۱/۲۵
---	---	------

«ادامه در صفحه دوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۳/۱۰/۱۵
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>روش رسم: خط L را رسم می‌کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود <math>AH = h_a</math> را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) به مرکز A و به شعاع <math>AB=c</math> دایره‌ای رسم می‌کنیم تا خط L را در نقاط B و <math>B'</math> قطع کند. سپس به مرکز A و به شعاع <math>AC=b</math> دایره دیگری رسم می‌کنیم تا خط L را در نقاط C و <math>C'</math> قطع کند. مثلث ABC مثلث مطلوب است.</p> <p>تذکر: (در صورتی که یکی از مثلث‌های <math>\triangle ABC</math>، <math>\triangle AB'C</math>، <math>\triangle ABC'</math> یا <math>\triangle AB'C'</math> به عنوان جواب بیان شود. کافیست)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۶	<p>چون شعاع عمود بر وتر، وتر را نصف می‌کند (۰/۲۵) پس <math>AB=16</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\triangle APR: \hat{P} = 90^\circ \Rightarrow AR^2 = AP^2 + PR^2 \Rightarrow 100 = 36 + AP^2</math>  <math>\Rightarrow AP = 8</math> (۰/۵)</p>	۱
۷	<p>زاویه ی ضلعی <math>\hat{BAT}</math> را در دایره ی به مرکز O در نظر می‌گیریم          قطر AD از این دایره را رسم می‌کنیم و از D به نقطه B وصل می‌نماییم. (۰/۲۵)          زاویه ی <math>\hat{ABD}</math> محاطی روبرو به قطر مساوی <math>90^\circ</math> است پس</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p>(۱) <math>\hat{ADB} + \hat{DAB} = 90^\circ</math> (۰/۲۵) از طرفی (۲) <math>\hat{DAB} + \hat{BAT} = 90^\circ</math> (۰/۲۵)          از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌شود <math>\hat{BAT} = \hat{ADB}</math> (۰/۲۵) اما می‌دانیم <math>\hat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2}</math> پس <math>\hat{BAT} = \frac{\widehat{AB}}{2}</math></p>	۱/۵
۸	<p>(الف) <math>\begin{cases} 2x + 3x + 4x = 360 &amp; (۰/۲۵) \Rightarrow x = 40 &amp; (۰/۲۵) \\ y = \frac{4x}{2} &amp; (۰/۲۵) \Rightarrow y = 2x \Rightarrow y = 80 &amp; (۰/۲۵) \end{cases}</math></p> <p>(ب) <math>4 \times 12 = z(z-2)</math> (۰/۵)  <math>z^2 - 2z - 48 = 0 \Rightarrow (z-8)(z+6) = 0</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math>  <math>z = 8</math> , <math>z = -6 \Rightarrow z = 8</math> قی (۰/۲۵)</p>	۲
۹	<p>(الف) هرگاه همه ی ضلع‌های یک چند ضلعی بر یک دایره مماس باشند، چند ضلعی را محیطی می‌نامند. (۰/۵)          (ب) یک نگاهت از D به R، یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه R را نظیر می‌کند. (۰/۵)          (پ) صفحه ی عمود منصف یک پاره خط، مکان هندسی نقطه‌هایی از فضا است که از دو سر آن پاره خط، به یک فاصله اند. (۰/۵)</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۳/۱۰/۱۵
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰

الف)  $D(x, y) = (2x, 2y)$

$A(1, 3) \rightarrow A'(2, 6)$   
 $B(5, 5) \rightarrow B'(10, 10)$   
 $C(6, 3) \rightarrow C'(12, 6)$  } (۰/۵)

ب)  $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$   
 $A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$  } (۰/۲۵)  $\Rightarrow A'B' = 2AB$  (۰/۲۵)

پ) این خط ها در مرکز تجانس هم رسند. (۰/۲۵)

۱۱

$L: y = 2x + 3$   
 $R(x, y) = (-y, x)$

$A(0, 3) \xrightarrow{R} A'(-3, 0)$   
 $B(-1, 1) \xrightarrow{R} B'(-1, -1)$  } (۰/۵)

$m_{AB} = \frac{-1-0}{-1+3} = \frac{-1}{2}$  (۰/۲۵)  $\Rightarrow L': y-0 = \frac{-1}{2}(x+3)$  (۰/۲۵)  $\Rightarrow 2y = -x-3$

رسم شکل (۰/۵)

۱۲

بردار  $AD$  را بردار انتقال در نظر می گیریم (۰/۲۵) چون خط های  $AD$ ،  $CF$  و  $BE$  موازی و مساویند،

$AC \rightarrow DF$   
 $AB \rightarrow DE$  (۰/۲۵) پس  $\begin{cases} A \rightarrow D \\ C \rightarrow F \end{cases}$  (۰/۲۵)  
 $CB \rightarrow FE$   $\begin{cases} B \rightarrow E \end{cases}$  (۰/۲۵)

چون انتقال ایزومتری است پس  $CB = FE$ ،  $AB = DE$ ،  $AC = DF$  (۰/۲۵)

بنابراین  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (۰/۲۵)

۱	الف) دو (۰/۲۵)    ب) متنافر (۰/۲۵)    پ) موازی (۰/۲۵)    ت) غیر موازی (۰/۲۵)
---	--

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۳/۱۰/۱۵
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	۱- خط و صفحه موازی‌اند (۰/۲۵)      ۲- خط بر صفحه منطبق است (۰/۲۵)      ۳- خط و صفحه متقاطع‌اند (۰/۲۵)	۰/۲۵
۱۵	برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می‌گیریم. الف) خط $L$ در صفحه $P$ قرار ندارد. فرض کنیم $P'$ صفحه گذرنده از $L$ باشد که $P$ را در خط $L'$ قطع می‌کند. (۰/۲۵) $L$ و $L'$ هر دو در صفحه $P'$ هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن $L$ و $L'$ نتیجه می‌شود که خط $L$ صفحه $P$ را قطع می‌کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس باهم موازی‌اند. (۰/۲۵) ب) خط $L$ در صفحه $P$ قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه $P'$ متمایز از $P$ که از $L$ می‌گذرد، صفحه $P$ را در همان خط $L$ قطع می‌کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است.	۱/۵
۱۶	چون دو خط متقاطع از صفحه $ABC$ با دو خط متقاطع از مثلث $MNP$ موازی است پس این دو صفحه با هم موازی هستند. (۰/۲۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.