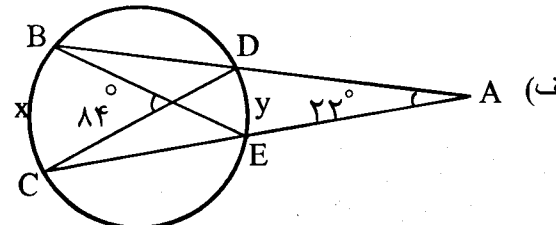
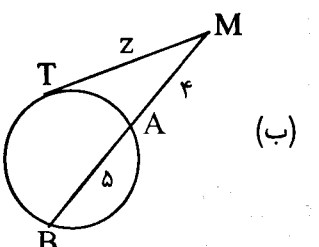


سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲		تعداد صفحات: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	<p>(الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید. وسط ضلع‌ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید.</p> <p>(ب) سه مثلی را که در گوشه ایجاد می‌شود، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید.</p> <p>این فرآیند را روی سه مثلث دیگر تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p> <p>(در مرحله ۲ شکل را رسم کنید.)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث‌ها</td> <td>۱</td> <td>?</td> <td>?</td> <td>?</td> <td>?</td> </tr> </table>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد مثلث‌ها	۱	?	?	?	?	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
تعداد مثلث‌ها	۱	?	?	?	?									
۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵												
۳	در مثلث ABC میانه AM و نیمسازهای دو زاویه $\hat{A}MB$ و $\hat{A}MC$ را رسم کنید، این دو نیمساز اضلاع AB و AC را قطع می‌کنند، این نقاط را به ترتیب P و Q بنامید. سپس ثابت کنید دو خط PQ و BC باهم موازی اند.	۱												
۴	خط d و نقطه‌ی A غیر واقع بر آن، داده شده‌اند. نقطه‌ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی معلوم R باشد. با توجه به اندازه‌ی R روی تعداد جواب‌های مساله بحث کنید.	۱												
۵	سه پاره خط با طول‌های $6x$ ، $x+7$ و $4(x-1)$ داده شده‌اند. اگر مجموع این طول‌ها ۳۶ باشد، آیا این پاره خط‌ها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.	۰/۷۵												
۶	قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آن که بزرگتر است، به مرکز دایره نزدیکتر است، و بعکس.	۱/۵												
۷	پاره خط AB به طول $3\sqrt{2}$ سانتی متر و کمان در خور زاویه‌ی 45° رویه رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره‌ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.	۱												
۸	در شکل (الف) مقدار‌های x و y و در شکل (ب) مقدار z را بدست آورید.	۱/۵												
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> </div>													
۹	خط‌های AE، AF و BC به ترتیب در نقطه‌های E، F و D بر دایره (O) مماس هستند. مماس BC، خط‌های AE و AF را به ترتیب در نقطه‌های B و C قطع کرده است. ثابت کنید با تغییر مکان نقطه‌ی D روی دایره بین دو نقطه‌ی ثابت E و F، محیط مثلث ABC ثابت می‌ماند.	۱												
	«ادامه سؤالات در صفحه‌ی دوم»													

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲		تعداد صفحات: ۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	نقاط $O = (0, 0)$ و $P = (6, -2)$ و $Q = (7, 1)$ رأس‌های یک مثلث هستند. الف) ابتدا مختصات تصویر این نقاط را تحت تبدیل $R(x, y) = (-y, x)$ تعیین کنید سپس نمودار مثلث OPQ و تصویرش را رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع PQ از مثلث OPQ و ضلع $P'Q'$ از مثلث تصویر را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.	۲
۱۱	پاره‌های AD ، BE و CF مساوی و موازی اند. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل انتقال ثابت کنید: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.	۱/۲۵
۱۲	خط $2x - y + 4 = 0$ مفروض است. معادله‌ی تصویر خط را تحت بازتاب نسبت به خط $y = -x$ به دست آورده سپس آنها را رسم کنید.	۱/۷۵
۱۳	قضیه (تالس در فضا): ثابت کنید اگر P ، Q و R سه صفحه موازی باشند و دو خط L و L' این صفحه‌ها را به ترتیب در نقطه‌های A ، B ، C و A' ، B' ، C' قطع کنند، آنگاه: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$	۱/۷۵
۱۴	نشان دهید اگر خط L بر صفحه‌ی P عمود باشد، آنگاه هر خط که بر خط L عمود باشد با صفحه‌ی P موازی است.	۱/۲۵
۱۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. ب) اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز عمود است. پ) اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است. ت) از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می‌گذرد.	۱
۱۶	ابتدا از نقطه A خارج صفحه P ، خطی موازی P رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید) سپس مشخص کنید چند خط می‌توان از یک نقطه‌ی مفروض موازی یک صفحه‌ی مفروض گذراند.	۱
	جمع نمره	۲۰

«موفق باشید»

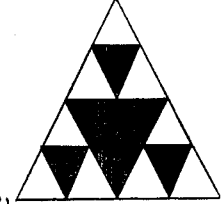
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۴/۱۰/۱۳۹۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

مرحله	۰	۱	۲	...	n
	۱	۳	۹	...	3^n

تعداد مثلث‌ها

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

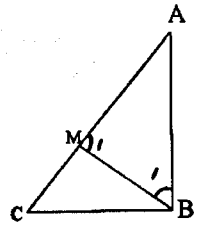
فرض: $AC > AB$ و حکم: $\widehat{B} > \widehat{C}$

برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می‌کنیم (۰/۲۵) و از نقطه M به B وصل می‌کنیم. چون $AB=AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه:

$\widehat{B}_1 = \widehat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) از طرفی چون زاویه M_1 یک زاویه بی‌خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود. بنا براین (۲) (۰/۲۵) $\widehat{M}_1 > \widehat{C}$

باتوجه به دو رابطه ی (۱) و (۲) $\widehat{B}_1 > \widehat{C}$ (۳) (۰/۲۵)

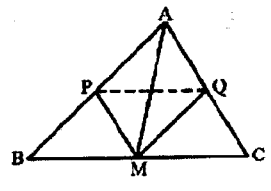
از طرفی نقطه M بین دو نقطه A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه B است و در نتیجه زاویه B_1 جزئی از زاویه B است، یعنی $\widehat{B} > \widehat{B}_1$ (۴) از مقایسه ی (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: $\widehat{B} > \widehat{C}$ (۰/۲۵)



$\Delta AMC \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MQ} \frac{MA}{MC} = \frac{AQ}{QC}$ (۰/۲۵)

$\xrightarrow[\text{عکس قضیه تالس}]{MC=MB} \frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB} \rightarrow PQ \parallel BC$ (۰/۲۵)

$\Delta AMB \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MP} \frac{MA}{MB} = \frac{AP}{PB}$ (۰/۲۵)

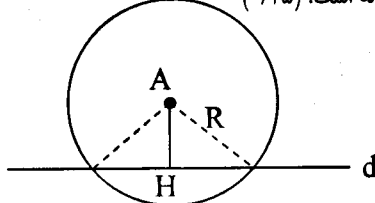


دایره ای به شعاع R و به مرکز A را رسم می‌کنیم. محل برخورد دایره با خط d جواب مساله است. (۰/۲۵)

$AH > R$ مساله جواب ندارد (۰/۲۵)

$AH = R$ مساله یک جواب دارد. (۰/۲۵)

$AH < R$ مساله دو جواب دارد. (۰/۲۵)



با توجه به قضیه ی وجود مثلث

$$\left. \begin{aligned} 6x &= 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) &= 36 \Rightarrow x = 3 \quad (0/25) \\ x + 7 &= 10 \\ 4(x - 1) &= 8 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 10 + 8 > 18 & (ع) \\ 18 + 8 > 10 & (ص) \quad (0/25) \\ 18 + 10 > 8 & (ص) \end{cases}$$

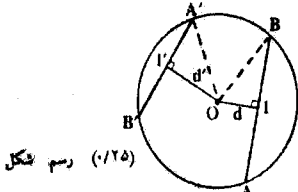
بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۴/۱۰/۱۳۹۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶

برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای $AB = l$ و $A'B' = l'$ وارد می‌کنیم. می‌دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن وتر را نصف می‌کند (۰/۲۵)
 $(OH' = d', OH = d)$



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\Delta OHB : OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (۰/۵)$$

$$\Delta OH'A' : OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$$

$$l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (۰/۲۵)$$

(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسرشود.)

۷

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \xrightarrow{(۰/۲۵)} R = \frac{3\sqrt{2}}{2 \sin 45} = 3 \quad (۰/۲۵)$$

$$OH = R |\cos \alpha| \xrightarrow{(۰/۲۵)} OH = 3 |\cos 45| = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵)$$

۸

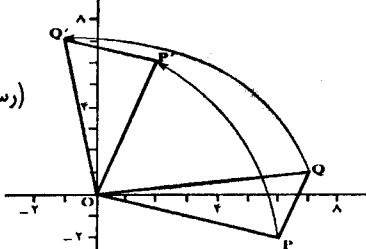
الف) $\begin{cases} x + y = 84 \\ x - y = 22 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{cases} x = 106 \\ y = 62 \end{cases} \quad (۰/۵)$ ب) $z^2 = 4 \times 9 \quad (۰/۲۵) \rightarrow z = 6 \quad (۰/۲۵)$

۹

می‌دانیم که طول مماس‌های رسم شده از نقطه‌ای خارج یک دایره با هم برابر است.
 $AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC = AB + AC + BE + CF \quad (۰/۵)$
 بنابراین محیط مثلث ABC مستقل از نقطه D بوده و مقدار آن ثابت است.
 $= AE + AF = 2AE \quad (۰/۲۵)$

۱۰

$R(x, y) = (-y, x)$
 $O(0, 0) \rightarrow O'(0, 0)$
 $P(6, -2) \rightarrow P'(2, 6) \quad (۰/۵)$
 $Q(7, 1) \rightarrow Q'(-1, 7)$



رسم شکل (۰/۵)

$$|PQ| = \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10} \quad (۰/۲۵)$$

$$|P'Q'| = \sqrt{(-1-2)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{10}$$

تحت این دوران طول پاره خط‌ها ثابت می‌ماند.

$$m_{PQ} = \frac{1+2}{7-6} = 3, \quad m_{P'Q'} = \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$$

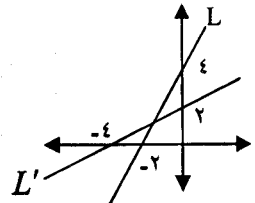
شیب خط‌ها ثابت نمی‌ماند (۰/۲۵)

«ادامه در صفحه ی سوم»

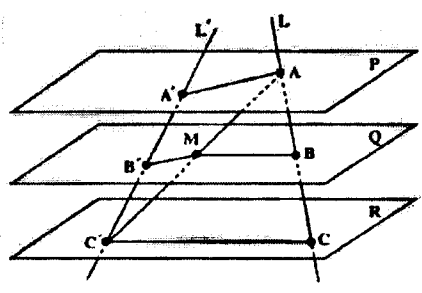
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۴/۱۰/۱۳۹۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	<p>بردار AD را بردار انتقال در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) چون خط‌های AD، CF و BE موازی و مساویند،</p> $\begin{cases} AC \rightarrow DF \\ AB \rightarrow DE \\ CB \rightarrow FE \end{cases} \text{ پس } \begin{cases} A \rightarrow D \\ C \rightarrow F \\ B \rightarrow E \end{cases} \text{ (۰/۲۵)}$ <p>بنابراین تحت این انتقال (۰/۲۵) $ABC \cong DEF$ بنا براین (۰/۲۵) $CB = FE$، $AB = DE$، $AC = DF$ پس چون انتقال ایزومتری است پس $ABC \cong DEF$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۲	<p>$L: 2x - y + 4 = 0$ $R(x, y) = (-y, -x)$ $A(0, 4) \xrightarrow{R} A'(-4, 0)$ (۰/۲۵) $B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 2)$ (۰/۲۵)</p> <p>$m' = \frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y - 0 = \frac{1}{2}(x + 4)$ (۰/۵) $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$ (۰/۵) رسم شکل</p> 	۱/۷۵
----	---	------

۱۳	<p>برهان: طبق شکل خط AC' را رسم می‌کنیم. این خط صفحه Q را در نقطه‌ای مانند M قطع می‌کند. صفحه‌ی گذرنده از دو خط متقاطع AC و AC' را P_1 و صفحه‌ی گذرنده از دو خط متقاطع AC' و $A'C'$ را P_2 می‌نامیم. (۰/۲۵)</p> <p>دو خط BM و CC' در صفحه‌ی P_1 موازی‌اند. (۰/۲۵) در صفحه‌ی P_2 با استفاده از قضیه تالس داریم:</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MC'} \quad (۰/۲۵)$ <p>همچنین دو خط AA' و MB' در صفحه‌ی P_2 موازی‌اند. (۰/۲۵)</p> <p>و در صفحه‌ی P_2 با استفاده از قضیه تالس داریم: (۰/۲۵)</p> $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AM}{MC'}$ <p>از این دو تناسب نتیجه می‌شود: (۰/۲۵)</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$	۱/۷۵
----	---	------



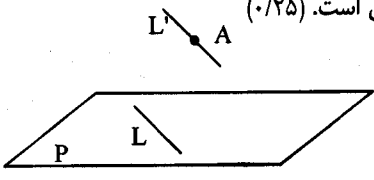
تکمیل شکل (۰/۲۵)

۱۴	<p>خط L را عمود بر صفحه P و خط L' را عمود بر خط L در نظر می‌گیریم. از نقطه‌ی A روی خط L خط L'' را موازی L' رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) بنابراین $L'' \perp L$. صفحه‌ی شامل L و L'' را Q می‌نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک P و Q را L_1 می‌نامیم. بنابراین</p> $L \perp L'' \Rightarrow L_1 \parallel L'' \Rightarrow L_1 \parallel L' \quad (۰/۵)$ <p>یعنی L' با یکی از خطوط صفحه‌ی P موازی است پس با P موازی است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------

«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۴/۱۰/۱۳۹۲
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱
۱۶	در صفحه ی P خط دلخواه L را رسم می کنیم. (۰/۲۵) سپس از نقطه ی A ، خط L' را موازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵) L' با یکی از خط های صفحه ی P موازی است ، پس خط L' با صفحه ی P موازی است. (۰/۲۵) بیشمار خط از نقطه A به موازات صفحه ی P می توان رسم کرد. (۰/۲۵)	۱
		
	«موفق باشید»	۲۰
	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست ومنطقی بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.