

فصل ششم

موج های مکانیکی

هرگاه از شما پرسیده شود موج چیست؟ شما به سادگی موج های دریا یا موج های دایره ای شکلی که پس از برخورد چند قطره باران روی سطح آب حوض به وجود می آید را مثال می زنید. پس ما می توانیم فرض کنیم که شما تا حدودی موج را می شناسید. اما ما می خواهیم شما به درک بهتری از موج برسید پس به مثال های ارائه شده خوب دقت کنید.

اگر با طپانچه ای به سوی هدفی شلیک کنیم، اگر گلوله به هدف برخورد کند به آن آسیب می رساند و اگر از کنار هدف بگذرد روی آن تأثیری ندارد و روی آن کاری انجام نمی دهد. در این صورت گلوله دارای انرژی است اما همواره انرژی آن در مکانی است که خود قرار دارد. این مثال نمونه ای است از انتقال انرژی به کمک انتقال ماده.

حال مثال دیگری را بررسی می کنیم اگر بر سطح آب درون حوضی که چوب پنبه ای بر آن شناور است، ضربه ای محکمی وارد کنید. پس از مدتی شاهد نوسان چوب پنبه در سوی دیگر حوض هستید.

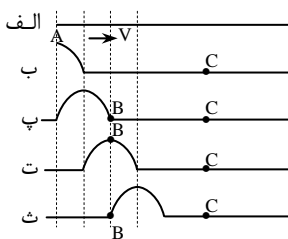
پرسش: آیا مولکول هایی که ضربه ای دست شما را دریافت کرده اند خود را به چوب پنبه رسانده و آن را به حرکت درآورده اند؟

پاسخ: به طور قطع این گونه نیست.

پرسش: می توانید ساز و کار این پدیده را توضیح دهید؟

پاسخ: انرژی دست ما سبب نوسان مولکول های آب می شود و انرژی بر بستر نوسان این مولکول ها منتشر شده از نقطه ای به نقطه ای دیگر می رود در واقع موج انرژی را منتقل می کند اما در این انتقال ماده منتقل نمی شود. این مثال های ساده توجه شما را به یک جنبه ی بسیار مهم و بنیادی انتشار موج جلب می کند.

نتیجه: انتشار موج مکانیکی برای انتقال انرژی بین دو نقطه از فضا به شمار می رود که به تغییر مکان فیزیکی ماده، نیاز ندارد.



مثال دیگری را بررسی می کنیم. در شکل های روبه رو یک ریسمان داده شده است. در شکل الف محیط (ریسمان) در تعادل است یک سر ریسمان (نقطه ی A) را بالا برده سپس به محل خود بر می گردانیم. هنگامی که نخستین ذره را به تندی به بالا می بریم، ذره، ذره دوم را در همان سو می کشد و ذره ی دوم، سوم را خواهد کشید، و ... اگر سپس نخستین ذره را به مکان اولیه اش باز گردانیم. این خود ذره ی بعدی را به پایین می کشد. و ذره ی دوم به طریق مشابه سوم را، ... همچنان که حرکت از یک ذره به ذره ی بعدی منتقل می شود، آشفتگی در طول ردیف ذرات (ریسمان) منتشر می شود. این آشفتگی را **تپ** و انتقال **تپ** در محیط را **انتشار** می گویند.

پرسش: آیا همه ی نقطه های محیط با هم نوسان می کنند؟

پاسخ: با توجه به شکل های نمایش داده شده **نقطه های دورتر، دیرتر منتشر می شوند** بطور مثال نقطه ی C هنوز به ارتعاش در نیامده است و نقطه ی B پس از A شروع به نوسان می کند. در بخش های بعد خواهیم دید که این تأخیر زمانی نقش کلیدی در بررسی انتشار موج دارد.

پرسش: آیا در طبیعت، موج همواره برای انتشار به یک محیط شامل ذره نیاز دارد؟

پاسخ: شما باید پاسخ این پرسش را بدانید، در زندگی روزمره یاد گرفته اید که صوت نمی تواند در خلاء منتشر شود اما نور، پرتوهای X و امواج رادار از خلاء می گذرند پس در طبیعت با دو نوع موج سروکار داریم:

۱- موج مکانیکی: این موج ها در محیط های شامل ذره های مادی پیشروی می کنند. **در واقع موج مکانیکی انتشار یک آشفتگی در محیط بر بستر نوسان ذره های محیط است.**

۲- موج الکترومغناطیس: این موج ها در خلاء نیز منتشر می شوند که در فصل های بعد ویژگیها و چگونگی تولید و انتشار آن ها را بررسی می کنیم.

پرسش: محیط باید دارای چه ویژگی باشد تا موج مکانیکی در آن منتشر شود؟



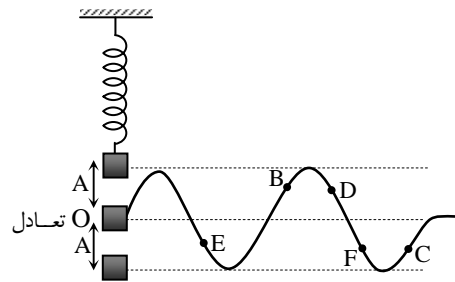
پاسخ: در محیط‌هایی که موج، منتشر می‌شود باید دارای این ویژگی باشند که هرگاه تغییر شکلی در یک جزء از محیط ایجاد شود نیروهای برگرداننده‌ای در آن بوجود آید که بخواهد محیط را به حالت اولیه بازگرداند، این محیط را **محیط کشسان** گویند.

پرسش: آیا محیط کشسان باید جامد باشد؟



پاسخ: می‌دانیم موج در جامد (انتشار موج در فنر) یا در مایع (انتشار موج در سطح آب) یا در گاز (انتشار صوت در هوا) منتشر می‌شود پس محیط کشسان می‌تواند جامد، مایع یا گاز باشد.

بررسی انتشار موج



در شکل روبه‌رو یک دستگاه جرم فنر^۱ به یک ریسمان بسیار بلند و کشیده شده متصل است، می‌دانیم اگر دستگاه جرم فنر را به نوسان در آوریم، دستگاه دارای حرکت هماهنگ ساده است و تپ‌های متوالی در محیط تولید می‌کند. هرگاه چشمه‌ی موج دارای حرکت هماهنگ ساده باشد و با بسامد (دوره) و دامنه‌ی ثابتی نوسان کند، موج منتشره در محیط را **موج سینوسی** گویند. همانگونه که می‌دانید معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده تابع سینوسی است.

پرسش: حرکت ذره‌ای از طناب مانند نقطه‌ی B چگونه است؟ آیا B در جهت پیشروی موج منتقل می‌شود؟



پاسخ: هر نقطه از محیط مانند B دارای حرکت هماهنگ ساده شبیه چشمه‌ی موج است و در محل خود تنها نوسان می‌کند و از محل خود حرکت انتقالی در جهت پیشروی موج انجام نمی‌دهد.

پرسش: بسامد نوسان ذره‌ی B چه رابطه‌ای با بسامد حرکت هماهنگ ساده‌ی چشمه‌ی موج دارد؟



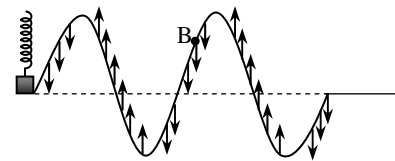
پاسخ: بسامد نوسان همه‌ی ذره‌های محیط با بسامد نوسان چشمه موج برابر است.

تست ۱: با توجه به جهت پیشروی موج در لحظه‌ی نشان داده شده در شکل حرکت ذره‌ی B چگونه است؟

(۱) رو به بالا، کند شونده (۲) رو به پایین، کند شونده (۳) رو به بالا، تند شونده (۴) رو به پایین، تند شونده

پاسخ: گزینه ۴

دقت کنید نقطه‌ی B حرکت انتقالی ندارد چرا تصور می‌کنید که نقطه‌ی B در حال بالا رفتن از برآمدگی است. این تصور نادرست است. در انتشار موج هر ذره از محیط حرکت ذره‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند. ذره‌ی قبل از B پایین‌تر از B است. پس B رو به پایین حرکت می‌کند اما برای بررسی کندشونده یا تند شونده بودن حرکت B، باید به این نکته توجه کنید که ذره‌ی B



نیز دارای حرکت هماهنگ ساده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه نوسانگر به سوی مرکز نوسان در حال حرکت باشد، حرکت تند شونده و هرگاه نوسانگر به سوی انتهای مسیر برود حرکت کند شونده است. در لحظه‌ی نشان داده شده نقطه‌ی B در حال حرکت به سوی مرکز نوسان (حالت تعادل) است پس حرکت آن تند شونده است.

در واقع جهت حرکت ذره‌های محیط در لحظه‌ی نشان داده شده به صورت شکل روبه‌رو است.

تست ۲: در لحظه‌ی نشان داده شده در شکل بالا چشمه‌ی O در حال حرکت است.

(۱) تند شونده رو به بالا است. (۲) کند شونده رو به بالا است.
(۳) تند شونده رو به پایین است. (۴) کند شونده رو به پایین است.

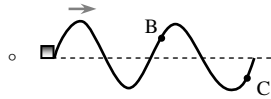
پاسخ: گزینه ۴

در لحظه‌ی نشان داده شده نقطه‌ی O رو به پایین در حرکت است و چون از مرکز نوسان به انتهای مسیر $x = -A$ می‌رود حرکتش کند شونده است.

^۱ در آزمایش‌ها برای چشمه موج از یک دو شاخه‌ی فلزی به نام دیپازون استفاده می‌شود که برای سادگی مطلب ما آن را با دستگاه جرم فنر جایگزین کرده‌ایم

حال می‌توانید به راحتی متوجه شوید که نقطه‌ی D دارای حرکت کند شونده رو به بالا است. و شبیه نوسانگری است که در حال حرکت به سوی انتهای مسیر $x = A$ است. یا نقطه‌ی F نیز رو به بالا حرکت می‌کند اما شبیه نوسانگر ساده‌ای که در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است پس دارای حرکت تند شونده است.

تست ۳: در شکل مقابل، پیشروی موج در یک محیط نشان داده شده است. منظور از فاصله‌ی B تا C است.



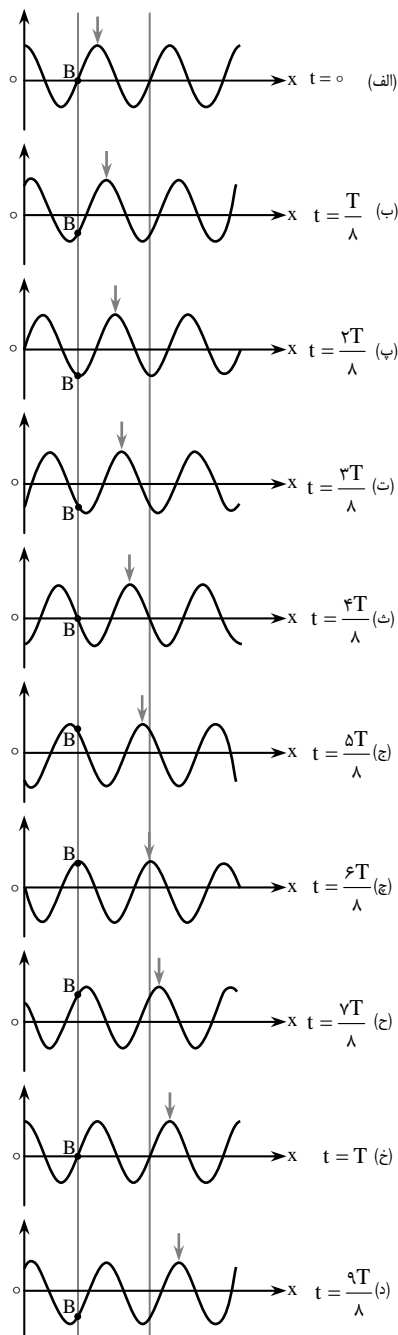
(۱) طول مسیر خمیده از B تا C است.

(۲) طول خط راستی که در شکل B را به C وصل می‌کند.

(۳) فاصله‌ی تعادل B تا C در جهت پیشروی موج است.

پاسخ: گزینه ۳

با یک تست سه گزینه‌ای نیز آشنا شدید. اما هر گاه صحبت از فاصله‌ی دو نقطه از محیط است هرگز به نوسان آن‌ها توجه نمی‌شود و منظور از فاصله‌ی بین دو نقطه، فاصله‌ی حالت تعادل در جهت پیشروی موج مطابق شکل مقابل است.

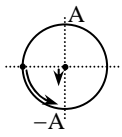


این بار برای بررسی انتشار موج سینوسی در محیط، شکل‌های روبرو را رسم کرده‌ایم در شکل الف تا د، شکل موج در لحظه‌هایی به فاصله‌ی زمانی $\frac{T}{\lambda}$ رسم شده است (بطور مثال موجی در یک طناب در حال پیشروی است و در لحظه‌های صفر، $\frac{T}{\lambda}$ و ... از آن عکس گرفته شده است).

همان‌گونه که بیان شد نقطه‌ی B یک ذره از محیط است که دارای حرکت هماهنگ ساده است. برای نمایش پیشروی موج یک برآمدگی (قله) را با یک فلش نمایش داده‌ایم که پیشروی تپ‌های موج مشخص شود. در هر دوره ذره‌ی B، مسافتی برابر $4A$ را طی می‌کند و قله‌ی موج مسافت مشخصی را جلو می‌رود. (تصور کنید که به امواج سطح آب نگاه می‌کنید. تمام مدتی که قله‌ی موج به طرف شما می‌آید شما بالا و پایین رفتن سطح آب را احساس نمی‌کنید و تنها پیشروی قله‌ی موج را خواهید دید.) حال با توجه به شکل‌های الف تا د مسئله‌های بعدی را پاسخ دهید.



مسئله ۱: می‌دانیم هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و معادله‌ی حرکت نوسانی آن یک تابع سینوسی $y = A \sin(\omega t + \phi)$ است. که در آن $\phi = \omega t + \phi$ را فاز حرکت می‌گویند. در شکل الف، فاز حرکت ذره‌ی نوسانگر B در لحظه‌ی نشان داده شده را بیابید. (بین 0 تا 2π)

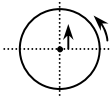


پاسخ: اگر تصور می‌کنید که B رو به بالا حرکت می‌کند سخت در اشتباه هستید B حرکت نقطه‌ی قبل از خود را تکرار می‌کند و این نقطه پایین‌تر از B است در واقع فرو رفتگی موج به B نزدیک می‌شود پس B در حالت حرکت رو به پایین است (به شکل ب که محل B را با گذشت $\frac{T}{8}$ نشان می‌دهد نگاه کنید) و چون نوسانگر از مبدأ در جهت منفی حرکت کرده است فاز آن π است.

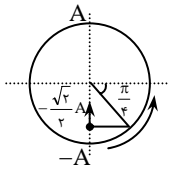


مسئله ۲: در شکل (ج) فاز حرکت، نقطه‌ی O را مشخص کنید. (بین 0 تا 2π)

پاسخ: فاز نقطه‌ی O، صفر است. زیرا در این لحظه O از حالت تعادل در حال حرکت رو به بالا است.



مسئله ۳: فاز حرکت نقطه‌ی B را در شکل (ت) به دست آورید.



پاسخ: پس از گذشت $\frac{T}{8}$ نقطه‌ی B از محل دامنه $(-A)$ در شکل پ به مکان $\frac{-\sqrt{2}}{4}A$ در شکل ت می‌رسد و چون رو به بالا در حرکت است، فاز آن در ربع چهارم مثلثاتی است و برابر $\frac{7\pi}{4}$ $(-\frac{\pi}{4})$ است.

سرعت انتشار موج

در شکل (الف-د) پیشروی یک موج در محیط (طناب) نشان داده شده است. کاملاً مشخص است که ذره‌های دورتر از چشمه دیرتر مرتعش می‌شوند. پس موج با یک سرعت محدود در محیط در حال پیشروی است که به آن سرعت انتشار موج گویند. سرعت انتشار موج در یک محیط همگن و همسانگرد* مقدار ثابتی است. پس معادله‌ی پیشروی موج به صورت زیر است.

$$\Delta x = V \Delta t \quad (1-6)$$

پرسش: بارها در فیزیک خوانده‌اید که سرعت نور در هوا (خلأ) $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است. آیا سرعت نور یک شمع و سرعت نور خورشید با هم متفاوت است؟ آیا سرعت نور در هوا و سرعت نور در آب یکی است؟

پاسخ: پاسخ هر دو پرسش منفی است. یعنی سرعت نور هر چشمه‌ی نور در خلأ یکی است اما سرعت نور در آب کمتر از هوا است. پس سرعت نور به چشمه‌ی نور بستگی ندارد و از ویژگیهای محیط انتشار است. با این پرسش ساده که می‌توان آن را برای صوت که یک موج مکانیکی است تکرار کرد به این نتیجه می‌رسیم که:

نتیجه: سرعت انتشار موج به ویژگیهای محیط انتشار موج (جنس، دما ...) بستگی دارد و به ویژگیهای چشمه موج (بسامد، دوره، انرژی، دامنه ...) بستگی ندارد.

تست ۴: به یک فنر ضربه‌ای وارد می‌کنیم تا مرتعش شود. تپ حاصل با سرعت معینی در طول آن انتشار می‌یابد. اگر با ضربه‌ی شدیدتری دامنه ارتعاش را دو برابر کنیم. سرعت انتشار تپ در فنر:

(۱) دو برابر می‌شود. (۲) $\sqrt{2}$ برابر می‌شود. (۳) نصف می‌شود. (۴) تغییر نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۴

سرعت انتشار موج به دامنه بستگی ندارد.

* به محیطی که شرایط فیزیکی در تمام نقطه‌ها و جهت‌ها یکسان است محیط همگن و همسانگرد گویند.

سرعت انتشار موج در طناب

در یک طناب سرعت انتشار به ویژگیهای طناب از جمله کشش (F) و جرم یکای طول طناب که آن را با μ نمایش می‌دهند بستگی دارد.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (۲-۶) \quad , \quad \mu = \frac{m}{L} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}} \right) \quad (۳-۶)$$

تست ۵: سرعت انتشار موج در یک ریسمان برابر $۱۰۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر ریسمان با نیروی کشش ۱۰۰ N بین دو نقطه کشیده شده باشد، جرم هر سانتی‌متر از طول ریسمان چند گرم است؟

(۱) ۱۰ (۲) $۰/۱$ (۳) $۰/۰۱$ (۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow (۱۰۰)^2 = \frac{۱۰۰}{\mu} \Rightarrow \mu = ۰/۰۱ \frac{\text{kg}}{\text{m}} = ۰/۰۱ \times \frac{۱۰۰ \text{ gr}}{۱۰۰ \text{ cm}} \Rightarrow m = ۰/۱ \text{ gr}$$

جرم هر سانتی‌متر $۰/۱ \text{ gr}$

تست ۶: ریسمانی را با نیروی کشش F بین دو نقطه بسته‌ایم. اگر یک آشفتگی در آن ایجاد شود با سرعت v در ریسمان منتشر می‌شود. اگر ریسمان را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم و یک نیمه‌ی آن را با همان نیروی کشش بکشیم، سرعت انتشار موج در آن چند برابر v می‌شود؟

(۱) $\sqrt{۲}$ (۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

دقت کنید μ جرم یکای طول است یعنی جرم یک متر از طناب، که در این تست تغییر نکرده است.

پرسش: آیا سرعت انتشار موج در طناب به طول طناب بستگی دارد؟

پاسخ: به کمک رابطه‌ی $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به بررسی پرسش می‌پردازیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} \xrightarrow{m=\rho V} v = \sqrt{\frac{F}{\rho V}} \xrightarrow{V=A \cdot L} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A L}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad (۴-۶)$$

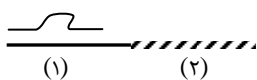
نتیجه: سرعت انتشار موج در طناب به طول طناب بستگی ندارد. سرعت انتشار موج در طناب با جذر چگالی و سطح مقطع طناب رابطه وارون دارد.

قطر طناب

$$\left. \begin{aligned} A &= \pi \frac{D^2}{4} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \quad (۵-۶)$$

از طرفی می‌توان نوشت:

نتیجه: سرعت انتشار موج در طناب با قطر طناب (D) رابطه‌ی وارون دارد.



تست ۷: در شکل مقابل دو طناب هم‌جنس بین دو نقطه با نیروی F بسته شده‌اند. یک آشفتگی

از طناب (۱) به سوی طناب (۲) در حرکت است. سرعت انتشار آشفتگی در طناب (۲) نسبت

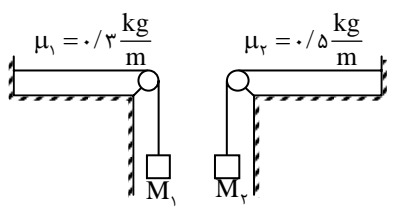
به طناب (۱) چگونه است؟

(۱) بیشتر است. (۲) کمتر است. (۳) مساوی است. (۴) هر سه حالت ممکن است.

پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} \xrightarrow{D_2 > D_1} v_2 < v_1$$

تست ۸: در شکل مقابل نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ کدام باشد تا سرعت انتشار موج در سیم μ_1 دو برابر سرعت موج در سیم μ_2 شود؟



(۱) $1/2$ (۲) $5/12$ (۳) $5/6$ (۴) $2/4$

پاسخ: گزینه ۴

$$v_1 = 2v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{M_1 g}{\mu_1}} = 2\sqrt{\frac{M_2 g}{\mu_2}} \Rightarrow \frac{M_1}{0.3} = 4 \frac{M_2}{0.5}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{12}{5} = 2.4$$

تست ۹: نیروی کشش تار A برابر ۴۰ N و تار B، ۳۰ N است. اگر قطر مقطع و سرعت انتشار در دو تار برابر باشد، نسبت چگالی تار A به چگالی تار B کدام است؟

(۱) $16/9$ (۲) $9/16$ (۳) $3/4$ (۴) $4/3$

پاسخ: گزینه ۴

$$v_A = v_B \Rightarrow \sqrt{\frac{F_A}{\rho_A A_A}} = \sqrt{\frac{F_B}{\rho_B A_B}} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{3}$$

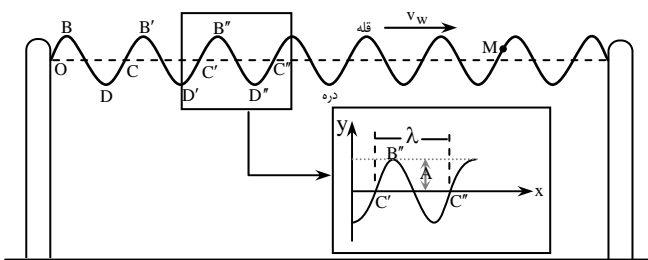
* اکنون می‌توانید تست ۱ تا ۱۵ را برای یادگیری بیشتر پاسخ دهید.

طول موج

دوباره به بحث انتشار موج در محیط بر می‌گردیم.

پرسش: در شکل روبرو (A) نقطه‌ی C، C' و C'' دارای چه نوع حرکتی هستند؟

پاسخ: با توجه به آن چه گفته شد هر سه نقطه به همراه نقطه O هم زمان رو به پایین حرکت کنند شونده هستند.

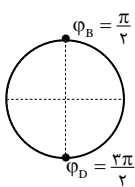


شکل (A)

در تمام لحظه‌ها نقطه‌های O، C، C' و C'' دارای بُعد و جهت حرکت یکسان هستند. یعنی با هم بالا و پایین می‌روند. پس باید معادله‌ی حرکت هماهنگ آن‌ها هم‌فاز باشد. به همین علت این نقطه‌ها را **نقطه‌های هم‌فاز** گویند.

پرسش: در شکل (A) نقطه B و D را با هم مقایسه کنید.

پاسخ: نقطه‌ی D در حال حرکت تند شونده رو به بالا است و فاز حرکت هماهنگ ساده‌ی آن (بین 0 تا 2π) برابر است اما نقطه‌ی B در حال حرکت رو به پایین است و فاز حرکت هماهنگ ساده‌ی B (بین 0 تا 2π) برابر $\frac{\pi}{2}$ است. (به دایره‌ی مثلثاتی شکل روبرو دقت کنید) در همه‌ی لحظه‌ها وقتی حرکت این دو نقطه را با هم مقایسه می‌کنیم، بُعد و جهت حرکت آن‌ها قرینه است. و اختلاف فاز آن‌ها π است. (یا برای نقطه‌های دیگر ضرب فردی از π است). این دو نقطه B و D در فاز مخالف (مقابل) هستند.



اگر به شکل A دقت کنید، نقطه‌های هم‌فاز به طور دوره‌ای بر حسب مکان تکرار می‌شوند و فاصله‌ی هر نقطه از نقطه‌ی هم‌فاز متوالی آن مقدار ثابتی است.

فاصله‌ی دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی را، طول موج گویند. و آن را با حرف λ نمایش می‌دهند. در یک موج رونده فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی هم‌فاز متوالی را در مدت یک دوره می‌پیماید. پس بنا به معادله انتشار موج:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \boxed{\lambda = vT}, \quad \boxed{\lambda = \frac{v}{f}} \quad (6-6)$$

پرسش: اهمیت رابطه‌ی $\lambda = vT$ در چیست؟

پاسخ: دوره T (یا بسامد f) از ویژگیهای چشمه موج است در حالی که سرعت انتشار موج v از ویژگیهای محیط است و رابطه‌ی $T = \frac{\lambda}{v}$ چگونگی ارتباط این ویژگی ها را با هم مشخص می‌کند.

پرسش: دو موج با بسامدهای ۵۰ Hz و ۷۵ Hz در یک محیط منتشر می‌شوند.

الف- سرعت انتشار موج دوم چند برابر سرعت انتشار موج اول است؟

ب- طول موج دوم چند برابر طول موج اول است؟

پاسخ: الف- سرعت انتشار موج از ویژگیهای محیط است و به بسامد بستگی ندارد.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = f_1 \lambda_1 \\ v_2 = f_2 \lambda_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{v_1 = v_2} \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$$

ب-

نتیجه: در یک محیط بسامد و طول موج با هم رابطه‌ی وارون دارند.

تست ۱۰: موجی با بسامد f در یک ریسمان بلند منتشر می‌شود و فاصله‌ی هر دو قله متوالی این موج رونده ۱۰ سانتی‌متر است. اگر نیروی کشش تار ۵ برابر شود و موجی با بسامد ۲f در ریسمان منتشر می‌گردد فاصله هر دو قله متوالی موج چند سانتی‌متر می‌شود؟

$$10 \text{ (4)} \qquad 4\sqrt{5} \text{ (3)} \qquad 5\sqrt{5} \text{ (2)} \qquad 5 \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۲

فاصله دو قله متوالی برابر طول موج است پس: $\lambda_1 = 10 \text{ Cm}$ چون نیروی کشش تغییر کرده است، سرعت انتشار موج در ریسمان تغییر می‌کند.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}} = \sqrt{\frac{\Delta F_1}{F_1}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{5} v_1$$

حال فاصله دو قله متوالی یا λ_2 را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \\ \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \end{array} \right\} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{5} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{10} = \sqrt{5} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

پرسش: فاصله‌ی نقطه‌های هم‌فاز از یکدیگر و اختلاف فاز آن‌ها را بررسی کنید.

پاسخ: با توجه به شکل (A) نقطه‌های B، B' و B'' هم‌فاز هستند و فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی متوالی از هم λ است پس نتیجه می‌گیریم:

فاصله‌ی نقطه‌های هم‌فاز از یکدیگر مضرب درستی از طول موج (یا مضرب زوجی از نصف طول موج) است.

$$\delta = d_2 - d_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (7-6)$$

و اختلاف فاز نقطه‌های هم‌فاز مضرب زوجی از π است

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi \quad (8-6)$$



پرسش: فاصله‌ی نقطه‌های در فاز مقابل (مخالف) از یکدیگر و اختلاف فاز آن‌ها با هم را بررسی کنید.

پاسخ: با توجه به شکل (A) نقطه‌های B و D در فاز مخالف هستند همچنین B و D' و یا B و D'' فاصله‌ی B تا D $\frac{\lambda}{2}$ ، فاصله B تا D' $\frac{3\lambda}{2}$ و فاصله B تا D'' برابر $\frac{5\lambda}{2}$ است پس نتیجه می‌گیریم. فاصله‌ی نقطه‌های در فاز مخالف مضرب فردی از نصف طول موج است.

$$\delta = d_2 - d_1 = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \quad (9-6)$$

و اختلاف فاز نقطه‌های در فاز مخالف مضرب فردی از π است.

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = (2n-1)\pi \quad (10-6)$$

مسئله ۴: اختلاف زمانی رسیدن موج از چشمه به نقاط هم‌فاز و نقاط در فاز مخالف با چشمه چه کسری از دوره (T) است؟



پاسخ: برای نقاط هم‌فاز داریم:

$$\delta = d_2 - d_1 = 2n \frac{\lambda}{2}$$

$$vt_2 - vt_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta t = 2n \frac{\lambda}{2v} \Rightarrow \Delta t = 2n \frac{T}{2} \quad (11-6)$$

نتیجه: اختلاف زمانی رسیدن موج از چشمه به نقاط هم‌فاز مضرب زوج نصف دوره است.



برای نقاط در فاز مخالف داریم:

$$\delta = d_2 - d_1 = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$

$$vt_2 - vt_1 = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta t = (2n-1) \frac{\lambda}{2v} \Rightarrow \Delta t = (2n-1) \frac{T}{2} \quad (12-6)$$

نتیجه: اختلاف زمانی رسیدن موج از چشمه به نقاط در فاز مخالف مضرب فردی از نصف دوره است.



تست ۱۱: چشمه‌ی موجی با بسامد ۱۰۰ Hz امواجی در یک طناب منتشر می‌کند. اگر سرعت انتشار موج در طناب $25 \frac{m}{s}$ باشد، بین نقطه‌ی

M به فاصله‌ی ۱۰۶ سانتی‌متری تا چشمه چند نقطه‌ی هم‌فاز و چند نقطه در فاز مخالف با چشمه وجود دارد؟

(۱) ۴ نقطه هم‌فاز، ۵ نقطه در فاز مخالف

(۲) ۴ نقطه هم‌فاز، ۴ نقطه در فاز مخالف

(۳) ۵ نقطه هم‌فاز، ۴ نقطه در فاز مخالف

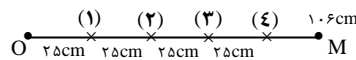
پاسخ: گزینه‌ی ۲

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.

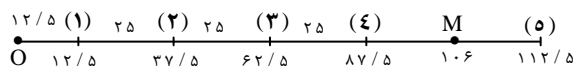
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{100} = 25 \text{ cm}$$

فاصله‌ی نقاط هم‌فاز از منبع برابر مضرب صحیحی از λ است.

$$n = \left[\frac{d}{\lambda} \right] = \left[\frac{106}{25} \right] = 4$$



فاصله‌ی نقاط در فاز مخالف مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است.



پس بین M و نقطه‌ی O، ۴ نقطه در فاز مخالف با چشمه O وجود دارد.

تست ۱۲: چشمه‌ی موجی با معادله $y = 0.02 \sin 20\pi t$ در نوسان است و در یک محیط کشسان موج می‌فرستد. دو نقطه‌ی A و B در یک راستا با چشمه قرار دارند و موج با اختلاف زمانی $\frac{1}{10}$ s به نقطه‌ی A و B می‌رسد. دو نقطه‌ی A و B:

(۱) با هم، هم‌فاز هستند.

(۲) در فاز مخالف هستند.

(۳) با هم اختلاف فاز $\frac{\pi}{2}$ دارند.

(۴) با هم اختلاف فاز $\frac{\pi}{5}$ دارند.

پاسخ: گزینه‌ی ۱

روش اول:

$$\omega = 20\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20\pi \Rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

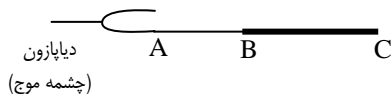
چون موج فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی A و B را در مدت یک دوره طی کرده است، دو نقطه‌ی A و B در فاصله‌ی یک طول موج از هم قرار دارند. پس هم‌فاز هستند.

روش دوم:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t = 20\pi \times \frac{1}{10} = 2\pi$$

چون اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی A و B، 2π شده است، با هم، هم‌فاز هستند.

تست ۱۳: در شکل زیر دو تار هم جنس و بلند هستند قطر مقطع تار AB نصف قطر مقطع تار BC است. یک چشمه‌ی موج امواجی با طول موج λ در تار AB ایجاد می‌کند، این امواج وارد تار BC می‌شود. طول موج در تار BC چند برابر λ است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

بسامد از ویژگیهای چشمه‌ی موج است. پس هنگام عبور موج از مرز دو محیط بسامد نوسان ذره‌های محیط تغییر نمی‌کند. اما سرعت انتشار موج از ویژگیهای محیط انتشار است. در طناب سرعت انتشار با قطر سطح مقطع نسبت وارون دارد.

$$\frac{V_{BC}}{V_{AB}} = \frac{D_{AB}}{D_{BC}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{f}{\frac{V_{AB}}{f}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{V_{BC}}{V_{AB}} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{1}{2}$$

تست ۱۴: چشمه‌ی موجی در محیط کشسان A امواجی با طول موج ۲۵ Cm ایجاد می‌کند این امواج از مرز دو محیط A و B گذشته وارد محیط B می‌شوند. اگر سرعت موج در محیط B، ۲ برابر سرعت موج در محیط A باشد، طول موج در محیط B چند Cm است؟

(۱) ۵۰

(۲) ۲۵

(۳) ۰/۲۵

(۴) ۰/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۴

در گذرا از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت است.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{V_B}{\frac{V_A}{f}} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{25} = 2 \Rightarrow \lambda_B = 50 \text{ Cm}$$

تست ۱۵: موجی با بسامد ۱۰۰ Hz و طول موج ۵۰ cm، در مدت ۳ s چند متر در محیط پیشروی می‌کند؟

۵۰ (۴)

۷۵ (۳)

۳۰۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$v = f \lambda \Rightarrow v = 100 \times 0.5 = 50 \frac{m}{s}$$

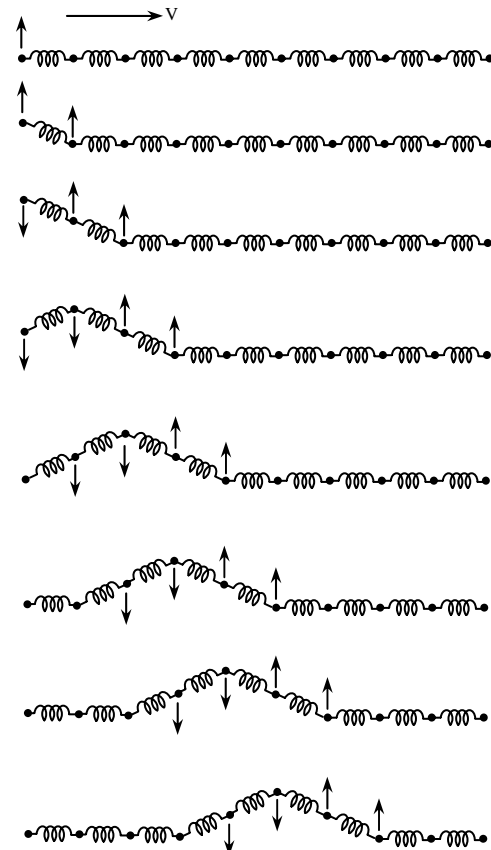
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 50 \times 3 = 150 m$$

موج عرضی- موج طولی

امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

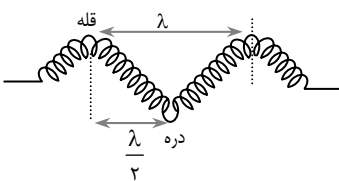
۱- موج مکانیکی عرضی

۲- موج مکانیکی طولی



۱- موج عرضی:

در شکل روبه‌رو یک تب در حال پیشروی در یک فنر است. راستای پیشروی موج در امتداد افقی (محور x ها) بوده اما ذره‌های محیط در راستای محور قائم (y ها) بالا و پایین می‌روند. این تب را تب عرضی گویند. در این صورت: موج عرضی، موجی است که راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود باشد.



موج عرضی مکانیکی در جامدات (فنر، طناب) و در سطح مایعات (موج‌های منتشر شده با دامنه‌ی کم بر سطح آب) منتشر می‌شود. * موج عرضی در فنر و یا طناب با قله‌ها و دره‌ها قابل تشخیص است.

فاصله‌ی دو دره متوالی یا دو قله متوالی λ و فاصله یک دره از یک قله مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است.

تست ۱۶: در یک طناب موج عرضی با بسامد ۵۰ Hz با سرعت $20 \frac{m}{s}$ در حال پیشروی است، فاصله‌ی یک برآمدگی از فرورفتگی

مجاورش چند سانتی‌متر است؟

۴۰ (۴)

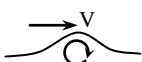
۲۰ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۴ (۱)

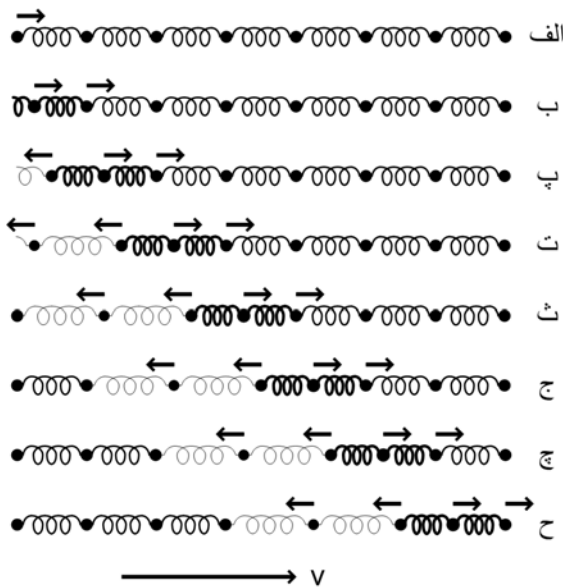
پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{20}{50} = 0.4 m \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 0.2 m = 20 cm$$



* در واقع موج‌های سطح آب به گونه‌ای است که هر ذره دارای حرکت چرخشی است. که در دامنه‌های کوچک، آن را موج عرضی فرض کرده‌ایم.

۲- موج طولی:



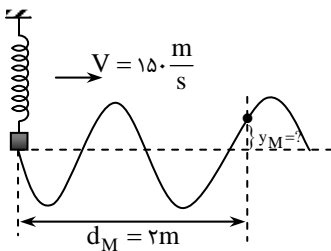
هرگاه راستای نوسان ذره‌های محیط و راستای پیشروی موج با هم موازی باشد، موج را طولی می‌گویند. در شکل روبرو در یک فنر موج طولی در حال پیشروی است، هنگام پیشروی موج، حلقه‌های فنر به هم نزدیک (تراکم) و از هم دور (انبساط) می‌شوند. ویژگی موج طولی همین تراکم‌ها و انبساط‌ها است. فاصله‌ی دو تراکم متوالی از هم یا دو انبساط متوالی از هم λ و فاصله‌ی هر انبساط از تراکم مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. موج طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز منتشر می‌شود.

تجسم موج طولی در محیط به سادگی موج عرضی نیست بطور مثال صوتی که در هوا منتشر می‌شود موج مکانیکی طولی است که بر بستر همین تراکم‌ها و انبساط‌ها در محیط منتشر می‌شود که تصور آن سخت است به همین دلیل در بسیاری از موارد به جای رسم موج طولی، آن را به صورت موج عرضی نمایش می‌دهند که در فیزیک پیش ۲ به آن می‌پردازیم.

* اکنون می‌توانید تست‌های ۱۶ تا ۳۲ را برای یادگیری بیشتر پاسخ دهید.

تابع موج

می‌خواهیم به کمک معادله‌ی حرکت چشمه‌ی موج، معادله‌ی حرکت هر نقطه از مسیر انتشار موج را به دست آوریم. در آزمایشگاه برای ایجاد موج در یک ریسمان از یک دیپازون الکتریکی استفاده می‌کنند ما برای سادگی از دستگاه جرم- فنر که دارای حرکت هماهنگ ساده است استفاده می‌کنیم.



مسئله ۵: در شکل روبرو یک چشمه‌ی موج با معادله‌ی $x = 0.02 \sin 50\pi t$ در یک ریسمان بلند و کشیده موج منتشر می‌کند نقطه M به فاصله‌ی ۲ متری از چشمه قرار دارد. و سرعت انتشار موج در ریسمان $150 \frac{m}{s}$ است.

الف- موج پس از چه مدت به نقطه‌ی M می‌رسد.

ب- بعد نقطه‌ی M (فاصله‌ی نقطه‌ی M از حالت تعادلش) در لحظه‌ی $t = \frac{1}{50}$ s را بیابید.

پاسخ: الف- در انتشار موج در محیط حرکت ذره‌های محیط مشابه است. (فرض این است که دامنه در پیشروی موج در ریسمان تغییر نمی‌کند) اما ذره‌های دورتر، دیرتر مرتعش می‌شوند. این تأخیر زمانی برای نقطه M برابر است با:

$$t_M = \frac{d_M}{v} \Rightarrow t_M = \frac{2}{150} = \frac{1}{75} \text{ s}$$

این عدد به این معنی است که هر گاه چشمه شروع به نوسان کند نقطه‌ی M با یک تأخیر زمانی $t_M = \frac{1}{75}$ s همان حرکت‌ها را تکرار می‌کند.

ب- در لحظه‌ی $\frac{1}{50}$ s، نقطه‌ی M به مدت $t_M = \frac{1}{75}$ s از نوسان‌ها و وجود موج بی‌اطلاع است و زمانی که موج به نقطه‌ی M می‌رسد در

لحظه‌ی $t = \frac{1}{50}$ s، نقطه‌ی M به مدت $t - t_M = \frac{1}{50} - \frac{1}{75} = \frac{1}{150}$ s در نوسان بوده است و نقطه‌ی M در لحظه‌ی $t = \frac{1}{50}$ s در وضعیت

چشمه موج در زمان $\frac{1}{150}$ s است. به عبارت بهتر برای یافتن y_M کافی است از زمان داده شده، تأخیر زمانی را کم کرده سپس به کمک معادله‌ی چشمه‌ی موج، وضعیت نقطه‌ی M را مشخص کنیم.

$$y_M = 0.02 \sin 50\pi \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{75} \right) = 0.02 \sin 50\pi \left(\frac{1}{150} \right)$$

$$y_M = 0.02 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{100} \text{ m} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

نتیجه‌گیری کلی این است که با داشتن معادله‌ی نوسان چشمه موج و سرعت انتشار موج در محیط می‌توان وضعیت هر ذره از محیط که موج به آن رسیده است را به دست آورد. بطور کلی اگر معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی چشمه موج به صورت:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{یا} \quad x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

باشد. (φ_0 فاز اولیه چشمه است) * کافی است برای به دست آوردن معادله نوسان ذره‌ی غیر مشخص M ، تأخیر زمان رسیدن موج از چشمه به ذره M ($t_M = \frac{d_M}{v}$) را در نظر گرفت. در این جا برای نشان دادن بُعد ذره‌های محیط (فاصله‌ی هر ذره از محیط از حالت تعادلش) از حرف u استفاده می‌کنیم.

$$u = A \sin[\omega(t - t_M) + \varphi_0]$$

$$u = A \sin[\omega(t - \frac{d}{v}) + \varphi_0]$$

اگر پیشروی روی محور x ها باشد به جای d ، x قرار می‌دهیم.

$$u = A \sin[\omega t + \varphi_0 - \frac{\omega x}{v}]$$

با توجه به این نکته که $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $\lambda = vT$ است خواهیم داشت.

$$u = A \sin[\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi x}{T v}]$$

$$u = A \sin[\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} x]$$

$\frac{2\pi}{\lambda} x$ اختلاف فاز هر نقطه به فاصله x از چشمه است.

را با حرف k نمایش می‌دهند و به آن عدد موج می‌گویند یکای آن $\frac{\text{rad}}{\text{m}}$ است. $u = A \sin[\omega t + \varphi_0 - kx]$

هرگاه فاز اولیه‌ی چشمه صفر باشد آنگاه:

$$\boxed{u_{(x,t)} = A \sin(\omega t - kx)} \quad (۶-۱۳) \quad \text{تابع موج}$$

رابطه‌ی (۶-۱۳) را تابع موج گویند. این تابع، تابعی از دو متغیر زمان و متغیر مکان (فاصله هر نقطه از چشمه‌ی موج) است و نسبت به هر دو متغیر یک تابع دوره‌ای خواهد بود.

در عبارت $u = A \sin(\omega t - kx)$ ، u بُعد نوسان هر نقطه از محیط، A دامنه نوسان، ω بسامد زاویه‌ای موج، k عدد موج و $\varphi = (\omega t - kx)$ را فاز موج گویند.

مسئله‌ی ۴: تابع موجی در SI به صورت $u = 0.02 \sin(100\pi t - 2\pi x)$ است.

الف- دامنه، بسامد و طول موج را بیابید.

ب- سرعت انتشار موج در محیط چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟

پ- بُعد ذره‌ای به فاصله $x = \frac{1}{3} \text{ m}$ در لحظه $t = \frac{1}{100} \text{ s}$ چند سانتیمتر است؟

پاسخ: الف:

$$\left. \begin{aligned} u &= A \sin(\omega t - kx) \\ u &= 0.02 \sin(100\pi t - 2\pi x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} A = 0.02 \text{ m} \\ \omega = 100\pi \Rightarrow 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50 \text{ Hz} \\ k = 2\pi \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m} \end{cases}$$

* در موج‌های واقعی (φ) ارزشی ندارد وقتی یک موج الکترومغناطیسی از فاصله‌های دور پس از میلیون‌ها سال به زمین می‌رسد، φ مفهوم ندارد. یا وقتی صوت در محیط منتشر می‌شود. فاز اولیه‌ی چشمه ارزشی در بررسی موج‌های صوت ندارد.

$$v = f \lambda \Rightarrow v = 50 \times 1 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ب:}$$

پ:

$$u = 0.2 \sin\left(100\pi \frac{t}{100} - 2\pi \frac{x}{3}\right) = 0.2 \sin\left(\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = 0.2 \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow u = \sqrt{3} \text{ cm}$$

بسامد زاویه‌ای موج

اگر برای یک نقطه از محیط در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 فاز حرکت را بنویسیم،

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \omega t_1 - kx \\ \varphi_2 &= \omega t_2 - kx \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t$$

تغییر فاز یک نقطه از محیط انتشار موج در یکای زمان را بسامد زاویه‌ای موج گویند.

عدد موج

در یک لحظه مشخص t فاز دو نقطه از محیط در مکان‌های x_1 و x_2 را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \omega t - kx_1 \\ \varphi_2 &= \omega t - kx_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi = k|\Delta x|$$

اختلاف فاز دو نقطه‌ی محیط به فاصله‌ی یک متر از یک‌دیگر و در جهت پیشروی موج را عدد موج گویند. یکای آن $\frac{\text{rad}}{\text{m}}$ است.



مسئله ۷: معادله‌ی نوسان دو نقطه از یک محیط به صورت $u_{y_1} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{2\pi}{5}x\right)$ و $u_{y_2} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{3\pi}{5}x\right)$ است. اگر دو

نقطه‌ی با چشمه‌ی موج در یک امتداد بوده و سرعت انتشار موج در محیط $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، حداقل فاصله‌ی دو نقطه از هم چقدر است؟ (معادله‌ی منبع بدون فاز اولیه است)

پاسخ: اختلاف فاز دو نقطه، $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ است.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega x_2}{v} - \frac{\omega x_1}{v} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\omega}{v} \Delta x \Rightarrow \frac{3\pi}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{20\pi}{15} \Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

تست ۷: اختلاف فاز بین دو نقطه از محیط انتشار موجی $\frac{\pi}{3}$ رادیان است. حداقل فاصله‌ی بین این دو نقطه چقدر است؟

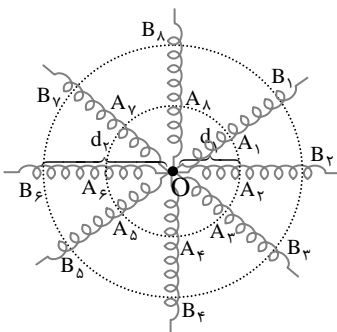
$$\lambda \quad (1) \qquad \frac{\lambda}{3} \quad (2) \qquad \frac{\lambda}{6} \quad (3) \qquad \frac{\lambda}{2} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$\Delta x = \frac{\lambda \Delta\varphi}{2\pi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\frac{\pi}{3} \cdot \lambda}{2\pi} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{6}$$



پرسش: چرا در مسئله‌ی تست پیشین، لفظ حداقل به کار رفته است؟



پاسخ: فرض کنید یک چشمه موج در نقطه‌ی O، به درون و بیرون کاغذ بالا و پایین می‌رود و در فنرهای متصل به آن موج منتشر می‌شود. اگر معادله‌ی چشمه $y_O = A \sin \omega t$ باشد، تمام نقاط A_1 تا A_n دارای معادله $y_{A_i} = A \sin(\omega t - kd_i)$ و تمام نقاط B_1 تا B_n دارای معادله نوسان $y_{B_i} = A \sin(\omega t - kd_i)$ است. در این صورت هر نقطه‌ی A با هر یک از نقاط B دارای اختلاف فاز $\Delta\varphi = k(d_2 - d_1)$ است. حال اگر در مسئله و تست قبل، دو نقطه را در یک امتداد با چشمه در نظر بگیریم دیگر $\Delta\varphi = k(\Delta d)$ کاربرد ندارد. مثلاً اگر نقطه‌ی B_2 و نقطه‌ی A_4 را در نظر بگیریم و معادله‌های آن‌ها را بررسی کنیم، Δd فاصله‌ی دو دایره متوالی را نشان می‌دهد، نه فاصله‌ی B_2 و A_4 . لفظ حداقل به همین دلیل به کار رفته است.

تست ۸: معادله‌ی یک چشمه‌ی موج در SI به صورت $y = 0.1 \sin(12\pi t + \frac{\pi}{3})$ است و نقطه‌ای که در ۲۵ سانتی‌متری مبدأ قرار دارد

با مبدأ $\frac{\pi}{4}$ اختلاف فاز دارد. سرعت انتشار موج حداکثر چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta\phi = k \Delta x \xrightarrow{k=\frac{\omega}{v}} \Delta\phi = \frac{\omega}{v} \Delta x \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{12\pi}{v} \times \frac{1}{4} \Rightarrow v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

علت بکار بردن کلمه‌ی حداکثر این است که بین نقطه‌ی مورد نظر و چشمه‌ی موج نقطه‌ی هم‌فاز با چشمه وجود ندارد. در غیر این صورت بی‌شمار پاسخ برای این تست وجود داشت.



مسئله ۸: به انتهای آزاد یک تیغه‌ی فنری که با بسامد ۱۰۰ Hz ارتعاش می‌کند، ریسمانی بلند و کشیده متصل است به طوری که وقتی

تیغه مرتعش شود در ریسمان موج‌هایی با دامنه ۲ میلی‌متر تولید می‌کند که با سرعت ۰/۳۷ متر بر ثانیه در ریسمان منتشر می‌شوند:

(الف) معادله‌ی حرکت نوسانی مبدأ را در یک لحظه‌ی غیر مشخص t بنویسید.

(ب) معادله‌ی ارتعاشی یک نقطه M را که به فاصله‌ی ۱۴/۸ میلی‌متر از مبدأ نوسان واقع است در لحظه‌ی t بنویسید. (فرض کنید که دامنه

نوسان در این مسیر کوتاه ثابت بماند.) چه مدت طول می‌کشد تا پس از شروع حرکت ارتعاشی مبدأ، نخستین موج حاصل از آن به نقطه‌ی

M برسد؟ بُعد حرکت نقطه‌ی M پس از گذشت یک ثانیه از شروع حرکت مبدأ چه اندازه است؟

پاسخ:

الف:

$$f = 100 \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$u = 2 \times 10^{-3} \sin 200\pi t \quad \text{معادله‌ی نوسانی منبع}$$

ب: برای به دست آوردن معادله‌ی نوسانات نقطه‌ی M کافی است از معادله‌ی فوق تأخیر فاز $\phi = \frac{\omega x}{v}$ را کم کنیم.

$$\phi = \frac{200\pi \times 14/8 \times 10^{-3}}{3/7 \times 10^{-1}} = 8\pi$$

$$u = 2 \times 10^{-3} \sin(200\pi t - 8\pi) \quad M \text{ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی نقطه‌ی } M$$

کاملاً مشخص است که این نقطه با منبع هم‌فاز است. (چرا؟)

تأخیر زمان رسیدن اولین موج به نقطه‌ی M خواهد شد:

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{14/8 \times 10^{-3}}{3/7 \times 10^{-1}} \Rightarrow t = 0.04 \text{ s}$$

بُعد حرکت نقطه‌ی M پس از یک ثانیه:

$$u = 2 \times 10^{-3} \sin(200\pi - 8\pi) \Rightarrow u = 0$$



مسئله ۹: یک تیغه‌ی فنری که در مبدأ زمان در بُعد بیشینه‌ی مثبت ($u = +r$) است، با بسامد ۴۰ هرتز مرتعش می‌گردد به ترتیبی که

دامنه‌ی ارتعاشی انتهای تیغه همواره ۲ میلی‌متر است.

(الف) معادله‌ی حرکت ارتعاشی انتهای تیغه را نوشته، شتاب این نقطه را پس از $\frac{1}{11}$ ثانیه از مبدأ زمان به دست آورید. ($\pi \approx 3.14$)

(ب) به انتهای تیغه‌ی فوق، ریسمان بلندی متصل است و امواج عرضی با سرعت ثابتی در طول آن منتشر می‌گردد. معادله‌ی حرکت نوسانی سومین نقطه‌ی

در فاز متقابل با مبدأ ارتعاشی (انتهای تیغه) را نوشته، سرعت نوسانات نقطه‌ی مزبور را پس از $\frac{1}{5}$ ثانیه از مبدأ زمان به دست آورید.

پاسخ: الف) نوسان‌گر در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار ندارد در نتیجه دارای فاز اولیه است.

$$u = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

چون در لحظه‌ی $t = 0$ ، متحرک در بُعد بیشینه است پس $u = A$ خواهد بود و:

$$\sin \phi_0 = 1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 8 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = 2 \times 10^{-2} \sin(8 \cdot \pi t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{معادله حرکت هماهنگ ساده‌ی نوک تیغه}$$

معادله‌ی شتاب برابر است با:

$$a = -2 \times 10^{-2} (8 \cdot \pi)^2 \sin(8 \cdot \pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$t = \frac{1}{12} \Rightarrow a = -2 \times 10^{-2} (6400 \cdot \pi^2) \sin(8 \cdot \pi \times \frac{1}{12} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow a = -128 \cos \frac{2 \cdot \pi}{3} = +64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(ب)

$$x = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$x = \frac{\Delta \lambda}{2} \quad \text{فاصله‌ی سومین نقطه در فاز متقابل از چشمه}$$

$$\phi = \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi \frac{\Delta \lambda}{2}}{\lambda} = \Delta \pi \quad \text{تأخیر فاز نسبت به چشمه}$$

$$u = 2 \times 10^{-2} \sin(8 \cdot \pi t + \frac{\pi}{2} - \Delta \pi)$$

$$v = 2 \times 10^{-2} (8 \cdot \pi) \cos(8 \cdot \pi t - \frac{9\pi}{2}) \quad \text{معادله‌ی سرعت نوسانات نقطه‌ی مزبور}$$

$$t = \frac{1}{5} \Rightarrow v = 0$$



مسئله ۱۰: یک چشمه‌ی موج به معادله‌ی $u = 4 \sin \omega t$ (دامنه بر حسب cm است) امواجی روی خط راست منتشر می‌کند. در لحظه‌ی معینی بُعد ذره‌ای که در ۱۰ سانتی‌متر مبدأ قرار گرفته $+2\sqrt{3}$ سانتی‌متر و بُعد ذره‌ای که در ۲۵ سانتی‌متری مبدأ است، ۲ سانتی‌متر است و جهت حرکت هر دو ذره یکی است طول موج را بیابید. (مسئله را در ساده‌ترین حالت ممکن حل کنید)

پاسخ:

$$u = A \sin(\omega t - kx) \quad \text{تابع موج}$$

$$x = 10 \text{ cm} \Rightarrow 2\sqrt{3} = 4 \sin(\omega t - \cdot / 10 k) \Rightarrow \sin(\omega t - \cdot / 10 k) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t - \cdot / 10 k = \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$x_2 = 25 \text{ cm} \Rightarrow 2 = 4 \sin(\omega t - \cdot / 25 k) \Rightarrow \sin(\omega t - \cdot / 25 k) = \frac{1}{2} \quad \omega t - \cdot / 25 k = \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

رابطه‌ی ۱ و ۲ را از هم کم می‌کنیم.

$$\omega t - \cdot / 10 k - \omega t + \cdot / 25 k = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cdot / 15 k = \frac{\pi}{6} \Rightarrow k = \frac{\pi}{\cdot / 9} \quad \text{عدد موج}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{\pi}{\cdot / 9} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1/8 \text{ m}$$



مسئله ۱۱: یک منبع نوسانی با بسامد 100 Hz در محیطی با دامنه‌ی 4 cm در حال نوسان است. اگر سرعت انتشار موج در محیط 20 m/s باشد:

الف) تابع موج را بنویسید.

ب) معادله‌ی نوسان نقطه‌ای به فاصله‌ی $2/5 \text{ m}$ از منبع را بنویسید.

پاسخ:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m}$$

الف -

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow k = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi v \Rightarrow \omega = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = A \sin(\omega t - kx)$$

$$\Rightarrow u = 0.04 \sin(200\pi t - 10\pi x)$$

ب -

$$x = 2/5 \text{ m} \Rightarrow u = 0.04 \sin(200\pi t - 10\pi \times 2/5)$$

$$u = 0.04 \sin(200\pi t - 25\pi)$$

تست ۱۹: بسامد زاویه‌ای یک موج $25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است. چنانچه سرعت انتشار موج $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، عدد موج چقدر است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$\pi \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

رابطه‌ی عدد موج با بسامد زاویه‌ای

$$k = \frac{\omega}{v}$$

$$k = \frac{25\pi}{100} \Rightarrow k = \frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

تست ۲۰: تابع موجی به صورت $u = 0.1 \sin(\omega t - \pi x)$ است. طول موج چند متر است؟

$$0.5 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\left. \begin{array}{l} k = \pi \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

تست ۲۱: تابع موجی به صورت $u = 0.1 \sin(100\pi t - 2\pi x)$ است. سرعت انتشار موج در محیط چند متر بر ثانیه است؟

$$25 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

$$200 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تست ۱۱: تابع موجی به صورت $u_x = A \sin(\omega t + ky)$ است. این موج یک موج عرضی است که در جهت ... محور ... در حال پیشروی و ذرات محیط در راستای محور ... در حال نوسان هستند.

(۱) مثبت، y ، z ، y ، x ، منفی، (۲) مثبت، z ، y ، x ، منفی، (۳) منفی، y ، z ، x ، منفی، (۴) منفی، z ، y ، x ، منفی

پاسخ: گزینه ی ۳

با توجه به $\omega t + ky$ جهت پیشروی موج در جهت منفی محور y ها است و با توجه به اندیس u مشخص است که ذرات محیط در راستای محور x ها نوسان می‌کند.

مسئله ۱۲: چشمه‌ای نقطه‌ای با بسامد 20 Hz در یک محیط که سرعت انتشار موج در آن $150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، نوسان‌هایی طولی ایجاد می‌کند. اگر دامنه‌ی نوسان‌ها 2 cm باشد، تابع موجی را که در راستای محور y منتشر می‌شود، بنویسید.

پاسخ:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow k = \frac{40\pi}{150} = \frac{4\pi}{15} \text{ rad/m}$$

اگر موج در جهت منفی محور پیشروی کند، $u_y = 0.02 \sin(40\pi t + \frac{4\pi}{15} y)$

اگر موج در جهت مثبت محور پیشروی کند $u_y = 0.02 \sin(40\pi t - \frac{4\pi}{15} y)$

تست ۱۳: تابع موجی در SI به صورت $u_y = 0.02 \sin(10\pi t + \frac{\pi}{10} x)$ است. کدام گزینه در مورد این موج درست است؟

(۱) بسامد موج 10 Hz است.

(۲) موج طولی است.

(۳) طول موج آن 10 m است.

(۴) سرعت انتشار موج $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

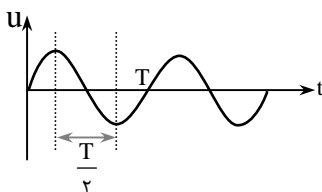
پاسخ: گزینه ۴

موج عرضی است که در خلاف جهت محور x ها در حال پیشروی است و ذره‌های محیط در راستای محور y ها در حال نوسان است.

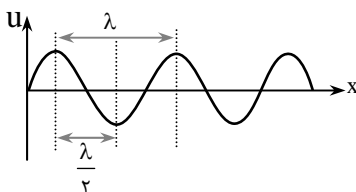
$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{10\pi}{\frac{\pi}{10}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

* اکنون می‌توانید برای یادگیری بیشتر تست‌های ۳۲ تا ۶۵ را پاسخ دهید.

نمودارهای موج - نقش موج



شکل (الف)



شکل (ب)

همان‌گونه که قبلاً بیان شد تابع موج $u = A \sin(\omega t - kx)$ یک تابع دو متغیره نسبت به زمان (t) و مکان (x) نقطه‌ی نوسانگر است. اگر نوسان یک نقطه از محیط انتشار موج را بررسی کنیم، نمودار بُعد-زمان آن به صورت شکل (الف) خواهد بود. در این شکل x ثابت فرض شده و t متغیر.

اگر در یک لحظه (ثابت t)، نمودار u را بر حسب x رسم کنیم، نموداری شبیه شکل (ب) خواهیم داشت. برای سادگی فرض کنید از یک طناب هنگام پیشروی موج، عکس گرفته‌ایم. این نمودار را نقش موج می‌گویند.

توجه کنید، نقش موج (نمودار u بر حسب x) به تنهایی عرضی یا طولی بودن موج را مشخص نمی‌کند. زیرا حتی اگر موج طولی باشد، نمودار u بر حسب x یک نمودار سینوسی شبیه شکل (ب) خواهد بود.

تست ۲۴: در شکل‌های روبه‌رو نمودار جابه‌جایی-زمان موج در یک نقطه و نمودار جابه‌جایی موج در یک لحظه رسم شده است. سرعت

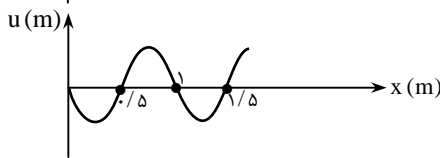
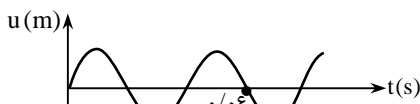
انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟

۲۵ (۱)

۱۲/۵ (۲)

۵۰ (۳)

۱۰۰ (۴)



پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به نمودار (u - t) دوره ۰/۴ s و با توجه به نمودار (u - x) طول موج یک متر است.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{0.4} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تست ۲۵: در شکل‌های روبه‌رو نمودارهای جابه‌جایی-زمان موج در یک نقطه‌ی مشخص محیط و نمودار جابه‌جایی موج در یک لحظه

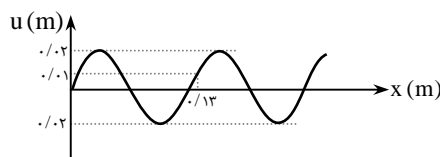
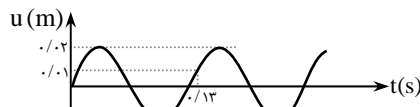
(نقش موج) رسم شده است. سرعت انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟

۱ (۱)

۷/۶ (۲)

۶/۷ (۳)

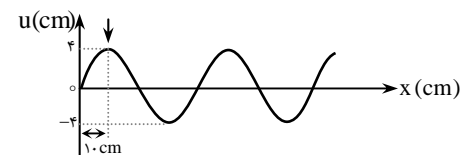
۴ (۴)



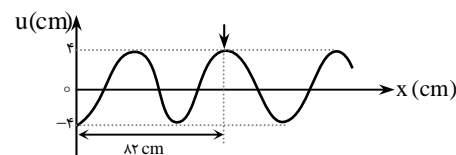
پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به هر دو نمودار:

$$\left. \begin{aligned} T + \frac{T}{12} = 0.13 &\Rightarrow \frac{13T}{12} = 0.13 \Rightarrow T = 0.12 \text{ s} \\ \lambda + \frac{\lambda}{12} = 0.13 &\Rightarrow \frac{13\lambda}{12} = 0.13 \Rightarrow \lambda = 0.12 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



الف- نقش موج در لحظه‌ی t_1



ب- نقش موج در لحظه‌ی t_2

مسئله ۳: شکل‌های روبه‌رو نمودار جابه‌جایی مکان (نقش موج) موجی را در

دو لحظه‌ی t_1 و t_2 نشان می‌دهد که در یک محیط کشسان در جهت مثبت محور x در حال پیشروی است. علامت پیکان، یک قلعه‌ی موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد. اگر $t_2 - t_1 = 0.12$ ثانیه باشد، تابع این موج را بنویسید. (معادله‌ی مبدأ موج را بدون فاز اولیه فرض کنید).

پاسخ: با توجه به شکل الف:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

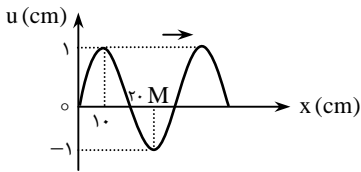
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

با مقایسه‌ی شکل الف و ب در مدت $t_2 - t_1 = 0.12$ s موج به اندازه‌ی $\Delta x = 82 - 10 = 72 \text{ cm}$ پیشروی کرده است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.72}{0.12} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow 6 = \frac{\omega}{5\pi} \Rightarrow \omega = 30\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$u = 0.4 \sin(30\pi t - 5\pi x)$$



تست ۱۶: شکل موجی در لحظه‌ی $t = 0$ مطابق شکل است. موج با سرعت $4 \frac{m}{s}$ در حال انتشار در سوی محور x است. سرعت نقطه‌ی M از این محیط در لحظه‌ی $t = 0.25 s$

چند $\frac{cm}{s}$ است؟ (سراسری ریاضی - ۸۴)

- (۱) -10π (۲) $+10\pi$ (۳) -20π (۴) $+20\pi$

پاسخ: گزینه‌ی ۴

روش اول:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \quad , \quad T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{4} = 0.1 \text{ s}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{0.25}{0.1} = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{4} T$$

لحظه‌ی $t = 0.25 s$ ، ربع دوره است

در مدت یک چهارم دوره نقطه‌ی M که در انتهای مسیرش ($u_M = -A$) است به حالت تعادلش می‌رسد. در مرکز نوسان سرعت بیشینه است. پس:

$$v_m = A\omega = 10 \times \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi \frac{cm}{s}$$

و چون جهتش رو به بالاست مثبت است.

روش دوم: در لحظه‌ی $t = 0$ مبدأ O دارای بُعد صفر در حال حرکت رو به پایین است (توجه کنید که قله موج از O عبور کرده است و O در حال حرکت به پایین است.) پس فاز اولیه‌ی O برابر π است.

$$\frac{\lambda}{4} = 0.1 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{rad}{m}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow 4 = \frac{\omega}{5\pi} \Rightarrow \omega = 20\pi \frac{rad}{s}$$

در این صورت معادله‌ی نوسان مبدأ خواهد شد.

$$y = 0.1 \sin(20\pi t + \pi)$$

و معادله‌ی نوسان نقطه‌ی M که در فاصله‌ی $x = 30 \text{ cm}$ ، مبدأ قرار دارد، خواهد شد:

$$U = A \sin(\omega t + \phi_0 - kx)$$

$$y_M = 0.1 \sin(20\pi t + \pi - 5\pi \times 0.3)$$

$$y_M = 0.1 \sin(20\pi t - \frac{\pi}{2})$$

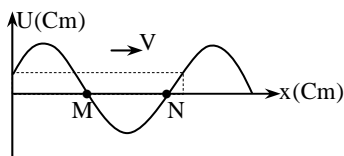
برای به دست آوردن سرعت از y_M نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$v = 0.2\pi \cos(20\pi t - \frac{\pi}{2})$$

$$t = 0.25 \Rightarrow v = 0.2\pi \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = 0.2\pi \frac{m}{s} = +20\pi \frac{cm}{s}$$

در تست‌های ارائه شده‌ی زیر چگونگی یافتن اختلاف فاز دو نقطه از محیط و اختلاف راه آن‌ها توسط نقش موج را بررسی می‌کنیم:

تست ۱۷: نقش موج (نمودار بُعد- مکان) یک موج در شکل زیر رسم شده است. اختلاف فاز بین نقطه‌ی M و N کدام گزینه است؟



$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$2\pi \quad (3)$$

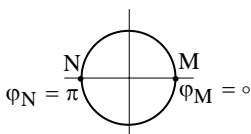
پاسخ: گزینه‌ی ۱

دایره‌ی مثلثاتی را رسم کرده فاز هر نقطه را به دست می‌آوریم. N در حال حرکت رو به پایین است

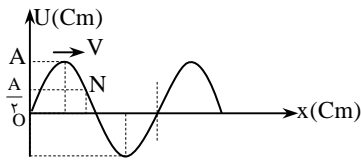
$$\Delta\phi = \pi$$

و M در حال حرکت رو به بالا است.

هر چند که این تست نیازی به این راه حل ندارد، اما برای آمادگی تست‌های بعدی از آن استفاده کرده‌ایم.



تست ۱۲۸: نقش موج (نمودار بُعد- زمان) یک موج در شکل زیر رسم شده است. اختلاف فاز بین نقطه‌ی O و N کدام گزینه است؟

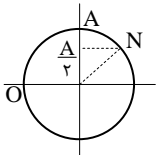


$$\frac{7\pi}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{6}\pi \quad (۱)$$

$$\frac{7\pi}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (۳)$$



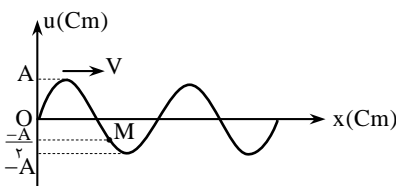
پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار نقطه‌ی O از مرکز رو به پایین در حرکت است پس فاز آن $\varphi_O = \pi$ است و نقطه‌ی N از $\frac{A}{2}$ به سمت A می‌رود (رو به بالا) پس در ربع اول مثلثاتی قرار دارد و فاز آن $\varphi_N = \frac{\pi}{6}$ است

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

و اختلاف فاز بین آن‌ها برابر است با:

تست ۱۲۹: در شکل زیر نقش موج (نمودار بُعد- مکان، $u-x$) رسم شده است. اختلاف فاز بین نقطه‌ی M و O کدام گزینه است؟



$$\frac{7\pi}{6} \quad (۲)$$

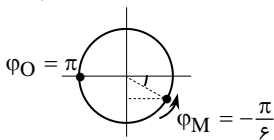
$$\frac{5}{6}\pi \quad (۱)$$

$$\frac{7\pi}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

نقطه‌ی M از مکان‌های منفی در حال حرکت رو به بالا است پس فاز آن در لحظه‌ی نشان داده شده در ربع چهارم مثلثاتی است. $\varphi_M = -\frac{\pi}{6}$ و فاز نقطه‌ی O در لحظه‌ی نشان داده شده $\varphi_O = \pi$ است.

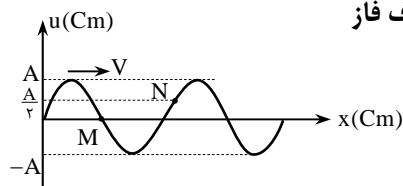


$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7\pi}{6}$$

نتیجه: برای یافتن اختلاف فاز بین دو نقطه ابتدا فاز هر نقطه را بدست آورده و سپس با توجه به جهت پیشروی موج روی دایره‌ی مثلثاتی در جهت مثبت (پادساعتگرد) از نقطه‌ی دورتر به سوی نقطه‌ی نزدیک‌تر می‌رویم.



تست ۱۳۰: در شکل زیر نقش موج (نمودار بُعد- مکان، $u-x$) رسم شده است. اختلاف فاز بین نقطه‌ی M و N کدام گزینه است؟

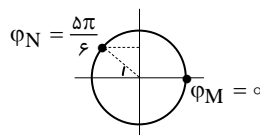


$$\frac{7\pi}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{6}\pi \quad (۱)$$

$$\frac{7\pi}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (۳)$$



با توجه به نمودار، فاز نقطه‌ی M $\varphi_M = 0$ و فاز نقطه‌ی N که از مکان $\frac{A}{2}$ رو به پایین در حرکت

است برابر $\varphi_N = \frac{5\pi}{6}$ است پس:

با توجه به دایره وقتی از N (نقطه‌ی دورتر) به M (نقطه نزدیک‌تر) در جهت مثلثاتی حرکت کنیم باید

کمان $\frac{7\pi}{6}$ را طی کنیم پس اختلاف فاز $\frac{7\pi}{6}$ است.

تست ۱۳۱: در تست قبل زمان رسیدن موج از نقطه‌ی M به N چه کسری از دوره (T) است؟

$$\frac{7T}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{5T}{12} \quad (۳)$$

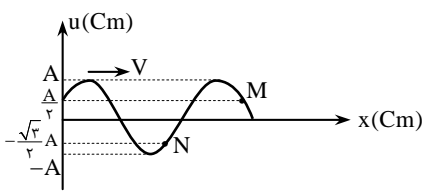
$$\frac{7T}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{5T}{6} \quad (۱)$$

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{7T}{12}$$

پاسخ: گزینه ۴

تست ۳۳: در شکل زیر نقش یک موج (نمودار $u - x$) رسم شده است. فاصله‌ی دو نقطه M و N چه کسری از طول موج (λ) است؟



(۲) $\frac{7\lambda}{6}$

(۴) $\frac{7\lambda}{12}$

(۱) $\frac{5\lambda}{6}$

(۳) $\frac{5\lambda}{12}$

پاسخ: گزینه ۴

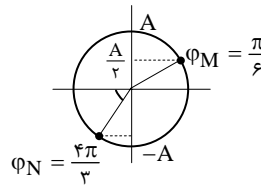
به کمک دایره‌ی مثلثاتی فاز هر نقطه را در لحظه‌ی نشان داده شده به دست می‌آوریم. در حال حرکت رو به پایین است و فاز آن در ربع سوم مثلثاتی است. و M در حال حرکت رو به بالا و فاز آن در ربع اول مثلثاتی است.

برای به دست آوردن اختلاف فاز، فاز نقطه‌ی M را از فاز N کم می‌کنیم. و یا در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) از نقطه‌ی دورتر (M) به نقطه نزدیک‌تر به چشمه (N) می‌رویم.

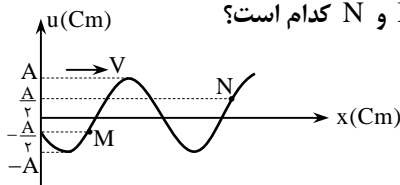
$\Delta\phi = \phi_N - \phi_M$

$\Delta\phi = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{7\lambda}{12}$



تست ۳۳: در شکل زیر نقش یک موج (نمودار $u - x$) رسم شده است. اختلاف فاز بین M و N کدام است؟



(۲) $\frac{7\pi}{3}$

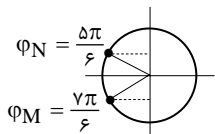
(۴) $\frac{7\pi}{6}$

(۱) $\frac{5\pi}{3}$

(۳) $\frac{5\pi}{6}$

پاسخ: گزینه ۲

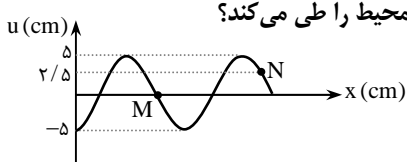
بین نقطه‌ی M و N یک طول موج (λ) یا اختلاف فاز 2π یا یک نوسان فاصله وجود دارد پس ابتدا مانند تست‌های قبل اختلاف فاز بین M و N را به دست آورده سپس 2π به آن اضافه می‌کنیم.



$\Delta\phi = \phi_M - \phi_N = \frac{7\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

$\Delta\phi_t = 2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$

تست ۳۴: تابع موجی در SI به صورت $u = 0.5 \sin(\frac{5\pi}{3}t - 4\pi x)$ و نمودار جابه‌جایی - مکان (نقش موج) آن در یک لحظه غیر مشخص مطابق شکل روبه‌رو است. این موج در چه مدت زمانی فاصله‌ی بین نقاط M و N از محیط را طی می‌کند؟



(۲) 0.11

(۴) 0.14

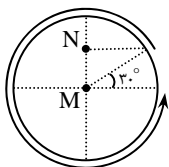
(۱) 0.12

(۳) 0.05

پاسخ: گزینه‌ی ۲

ابتدا اختلاف فاز بین M و N را به دست می‌آوریم.

برای این منظور در جهت مثلثاتی از نقطه‌ی N به M می‌رویم:



$\Delta\phi = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{11\pi}{6} = \frac{5\pi}{3} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.11s$

*** اکنون می‌توانید تست‌های ۶۶ تا ۷۸ را برای یادگیری بیشتر پاسخ دهید.**