

فصل ششم: گرما و قانون گازها

گرما و قانون گازها

نقطه‌ی ثابت دماسنجی: دمای جسمی است که در شرایط تعیین شده همواره ثابت است. مثلاً دمای یخ در حال ذوب در فشار یک اتمسفر، همواره ثابت است. در مدرج کردن دماسنج‌ها، به نقطه‌ی ثابت دماسنجی، دمای دلخواهی نسبت داده می‌شود. در مقیاس سلسیوس، دمای یخ در حال ذوب و دمای جوش آب، هر دو در فشار یک اتمسفر، به عنوان نقطه‌های ثابت دماسنجی انتخاب شده‌اند و به آن‌ها به ترتیب دمای صفر و 100 نسبت داده شده است. درجه‌ی سلسیوس را با نماد « $^{\circ}\text{C}$ » نشان می‌دهیم.

صفر مطلق: پایین‌ترین دمای ممکن است که در این دما، انرژی درونی تمام جسم‌ها به حداقل مقدار ممکن خود می‌رسد. صفر مطلق برابر « -273°C » است.

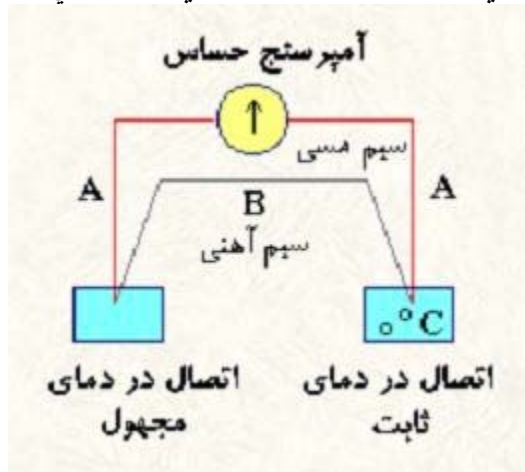
مقیاس کلوین: در مقیاس کلوین، صفر مطلق به عنوان صفر و فاصله‌ی دو درجه‌ی متوالی آن برابر فاصله‌ی دو درجه‌ی متوالی سلسیوس انتخاب شده است. بنابراین، تغییرات دمای جسم برحسب درجه‌ی سلسیوس و برحسب کلوین با هم برابرند. اگر دما برحسب کلوین را با نماد « T » و برحسب درجه‌ی سلسیوس را با نماد « θ » نشان دهیم، داریم:

$$\Delta T_K = \Delta \theta_{^{\circ}\text{C}}$$

رابطه‌ی دمای یک جسم برحسب کلوین و سلسیوس به‌صورت زیر است:

$$T_K = \theta_{^{\circ}\text{C}} + 273$$

ترموکوپل: وسیله‌ی دیگری برای اندازه‌گیری دماست که براساس جریان الکتریکی ناشی از اختلاف دمای دو سر مدار تشکیل‌دهنده‌ی آن کار می‌کند.



انرژی درونی: به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل مولکولی تمام ذره‌های جسم، انرژی درونی گفته می‌شود. وقتی دمای جسمی افزایش یا کاهش می‌یابد، انرژی درونی آن افزایش یا کاهش یافته است. در تغییر حالت‌های جسم ذوب، تبخیر انرژی درونی جسم تغییر می‌کند، اما دمای جسم تغییر نمی‌کند.

دما: دما کمیتی متناسب با انرژی جنبشی متوسط ذره‌های جسم است.

گرما و تعادل گرمایی

گرما: مقدار انرژی ای است که بین دو یا چند جسم در حال تماس، به دلیل اختلاف دما، مبادله می‌شود. جسم‌های سردتر گرما می‌گیرند و جسم‌های گرم‌تر گرما از دست می‌دهند

بعد از این مبادله‌ی انرژی، دمای تمام جسم‌ها یکسان می‌شود. به این دما دمای تعادل می‌گوییم. تعادل گرمایی: دو یا چند جسم را با هم در حال تعادل گرمایی گویند، وقتی که جمع جبری گرمای مبادله شده بین آن‌ها صفر باشد.

شرط تعادل گرمایی: شرط تعادل گرمایی آن است که دمای جسم‌ها با هم برابر باشد.

گرما: ویژه: مقدار گرمایی است که باید به یک کیلوگرم از هر جسم داده شود تا دمای آن یک کلوین یا یک درجه‌ی سلسیوس افزایش یابد. گرما: ویژه با نماد c نمایش داده می‌شود. بنابراین مقدار گرمای

لازم (Q) برای افزایش دمای $\Delta\theta$ برای m کیلوگرم از یک جسم برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_2 - \theta_1) = mc\Delta T = mc(T_2 - T_1)$$

در SI، Q گرما برحسب ژول، m جرم برحسب کیلوگرم،

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta}$$

تغییرات دما برحسب درجه‌ی سلسیوس و یا کلوین است. بنابراین گرما: ویژه

برحسب ژول بر کیلوگرم کلوین یا درجه‌ی سلسیوس $\left(\frac{J}{kg \cdot K}\right)$ است.

اگر دمای جسم بعد از مبادله‌ی گرما، افزایش یابد، $\theta_2 > \theta_1$ ؛ بنابراین $\Delta\theta > 0$ و مقداری که برای Q به دست می‌آید مثبت است و جسم گرما گرفته است.

اگر دمای جسم بعد از مبادله گرما، کاهش یابد، $\theta_2 < \theta_1$ ؛ بنابراین $\Delta\theta < 0$ و مقداری که برای Q به دست می‌آید منفی است و جسم گرما از دست داده است.

مثال: دمای یک لیتر آب جوش $100^\circ C$ بعد از مدتی به $15^\circ C$ کاهش یافته است. اگر گرمای ویژه

$$\text{آب } \frac{4200 \text{ J}}{\text{kg} \cdot K} \text{ و چگالی آب } \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \text{ باشد، آب چند ژول گرما از دست داده است؟}$$

پاسخ:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 1000 \times 1 \times 10^{-3} = 1 \text{ kg}$$

$$Q = mc\Delta\theta = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

$$= 1 \times 4200 \times (15 - 100) = -357000 \text{ J}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که آب، گرما از دست داده است.

مثال 50: گرم جیوه طی یک فرآیند، 360 ژول گرما از دست می‌دهد. اگر دمای اولیه‌ی جیوه $52^\circ C$ باشد،

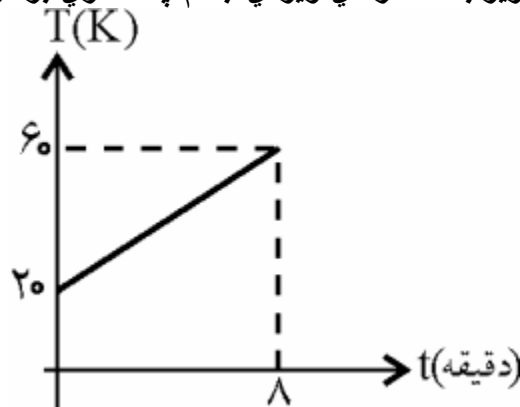
دمای پایانی آن چند درجه‌ی سلسیوس می‌شود؟ گرمای ویژه‌ی جیوه $\frac{150 \text{ J}}{\text{kg} \cdot ^\circ C}$ است.

پاسخ:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -360 = \frac{50}{1000} \times 150 \times (\theta_2 - 52)$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 4^\circ C$$

مثال: به جسمی به جرم 40 گرم در هر دقیقه 20 کالری گرما می‌دهیم. اگر نمودار تغییرات دمای جسم بر حسب زمان به صورت زیر باشد، گرمای ویژه‌ی جسم چند کالری بر گرم کلونین $\left(\frac{\text{cal}}{\text{g.K}}\right)$ است؟



پاسخ: بعد از 8 دقیقه، میزان گرمای دریافتی $20 \times 8 = 160$ کالری است. بنابراین داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc\Delta T$$

$$160 = 40 \times c \times (60 - 20) \Rightarrow c = 0.1 \frac{\text{Cal}}{\text{g.K}}$$

مثال: در یک سماور، 2 kg آب 20°C وجود دارد. اگر توسط یک گرمکن الکتریکی با توان 1/5 کیلووات، دمای آب را به 100°C برسانیم، مدت زمان لازم برای این افزایش دما، چند ثانیه است؟ گرمای ویژه‌ی

$$\frac{4200 \text{ J}}{\text{kg.K}} \text{ آب است.}$$

پاسخ:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 10^3 \times t = 2 \times 4200 \times (100 - 20) \Rightarrow t = 48 \text{ s}$$

بنا به قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرمای مبادله شده بین جسم‌هایی که مبادله‌ی گرما می‌کنند تا به دمای تعادل برسند، برابر صفر است؛ بنابراین داریم:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0$$

مثال: گلوله‌ای به جرم 100g را داخل 800g آب 15°C می‌اندازیم؛ دمای تعادل 20°C می‌شود. دمای اولیه‌ی گلوله چند درجه‌ی سلسیوس بوده است؟

$$\frac{4200 \text{ J}}{\text{kg.K}} \text{ است.} \quad \text{گرمای ویژه‌ی گلوله } \frac{840 \text{ J}}{\text{kg.K}} \text{ و گرمای ویژه‌ی آب } \frac{4200 \text{ J}}{\text{kg.K}} \text{ است.}$$

پاسخ:

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) = 0$$

$$\frac{100}{1000} \times 840 \times (20 - \theta_1) + \frac{800}{1000} \times 4200 \times (20 - 15) = 0 \Rightarrow \theta_1 = 220^\circ\text{C}$$

مثال: برای داشتن 188g آب 21°C تقریباً چند گرم آب 6°C را با چند گرم آب 100°C باید مخلوط کنیم؟
پاسخ:

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$m_1c(\theta - \theta_1) + m_2c(\theta - \theta_2) = 0$$

$$m_1c(21 - 6) + m_2c(21 - 100) = 0$$

$$15m_1c - 79m_2c = 0 \Rightarrow c(15m_1 - 79m_2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 + m_2 = 188 \\ 15m_1 - 79m_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 158\text{g} \\ m_2 = 30\text{g} \end{cases}$$

توجه کنید: از رابطه $Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0$ می‌توان رابطه‌ی زیر را به‌دست آورد. در این رابطه، θ دمای تعادل است.

$$\theta = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3 + \dots + m_nc_n\theta_n}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3 + \dots + m_nc_n}$$

حالت‌های ماده

ذوب

هر جسم جامد در دمای ثابتی به نام دمای ذوب نقطه‌ی ذوب که به جنس و فشار وارد بر جسم بستگی دارد، شروع به ذوب شدن می‌کند. عمل ذوب گرماگیر است و در تمام مدت ذوب، دمای جسم ثابت می‌ماند.



افزایش فشار، سبب بالا رفتن دمای ذوب می‌شود؛ در بعضی از جسم‌ها مانند یخ با افزایش فشار نقطه‌ی دمای ذوب، پایین می‌آید.

گرماي نهان ذوب : مقدار گرمایی است که هر جسم جامد در نقطه‌ی ذوب خود می‌گیرد تا تبدیل به مایع شود.

گرماي نهان ویژه‌ی ذوب : (L_F) انرژی‌ای است که باید به یک کیلوگرم جسم جامد در دمای ذوب داده شود تا تبدیل به مایع شود.

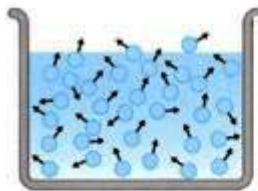
بنابراین برای m کیلوگرم جامد داریم $Q_F = mL_F$: یکای آن در SI، kg است. $\frac{J}{kg}$

به نظر شما، آیا Q_F در رابطه‌ی بالا همان گرماي نهان ذوب برای m کیلوگرم جسم جامد است؟ اگر رابطه به صورت $Q_F = -mL_F$ نوشته شود، فکر می‌کنید منفی چه مفهوم فیزیکی‌ای را بیان می‌کند؟ درست گفتید، مایع در نقطه‌ی انجمادش گرما از دست داده و تبدیل به جامد شده است.

دمای انجماد هر مایع برابر است با دمای ذوب همان مایع.

جوش

هر مایعی در دمای ثابتی به نام دمای جوش نقطه‌ی جوش که به جنس و فشار وارد بر آن بستگی دارد، به جوش آمده و تبدیل به بخار می‌شود.



با گرم کردن، آب به نقطه جوش خود رسیده و شروع به تبخیر می‌کند.

افزایش فشار، سبب بالا رفتن دمای جوش ماده می‌شود. گرماي نهان تبخیر : میزان گرمایی است که هر مایع در نقطه‌ی جوش خود می‌گیرد تا تبدیل به بخار شود.

گرماي نهان ویژه‌ی تبخیر : (L_V) انرژی‌ای است که به یک کیلوگرم از مایع در نقطه‌ی جوش می‌دهیم تا

تبدیل به بخار شود. یکای آن در SI، kg است. $\frac{J}{kg}$

بنابراین برای m کیلوگرم مایع داریم:

$$Q_V = mL_V$$

Q_V در رابطه‌ی بالا همان گرماي نهان تبخیر برای m کیلوگرم مایع است

۱. منفی در رابطه‌ی $Q_V = -mL_V$ بیانگر میزان گرمایی است که بخار در هنگام میعان از دست می‌دهد.

۲. دمای نقطه‌ی میعان هر گاز برابر است با دمای تبخیر همان مایع (در شرایط یکسان)

۳. در تمام تغییر حالت‌های ماده، دما حین تغییر حالت ثابت می‌ماند.
 ۴. اگر جسم گرما بگیرد، Q مثبت و اگر از دست بدهد، Q منفی است.

مثال 600: گرم آب 40 درجه‌ی سلسیوس حداکثر چند گرم یخ صفر درجه را می‌تواند ذوب کند؟

$$c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

و

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

پاسخ: مقدار گرمایی که آب از دست می‌دهد با مقدار گرمایی که m' کیلوگرم یخ می‌گیرد تا ذوب شود برابر است. بنابراین:

$$Q_{\text{آب}} + Q_F = 0$$

$$mc\Delta\theta + m'L_F = 0$$

$$\Rightarrow \frac{600}{1000} \times 4200(0 - 40) + m' \times 336 \times 10^3 = 0$$

$$\Rightarrow m' = 0/3 \text{kg} = 300\text{g}$$

مثال: در یک ظرف به جرم 75g و گرمای ویژه $\frac{430 \text{ J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، به اندازه‌ی 152g آب 10°C وجود دارد. اگر 100g یخ 0°C در ظرف بیندازیم، پس از برقراری تعادل، 80g یخ باقی می‌ماند. گرمای نهان ویژه‌ی ذوب یخ چند ژول بر کیلوگرم است؟

پاسخ: در ظرف هنوز یخ داریم، بنابراین دمای تعادل صفر است.

$$Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{آب}} + Q_F = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta + m_2 c_2 \Delta\theta + m_3 L_F = 0$$

$$\frac{75}{1000} \times 430 \times (0 - 10) + \frac{152}{1000} \times 4200 \times (0 - 10) + \left(\frac{100 - 80}{1000}\right) \times L_F$$

$$\Rightarrow L_F ; 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

مثال: مقدار 2m کیلوگرم یخ صفر درجه‌ی سلسیوس و $\frac{m}{2}$ کیلوگرم بخار آب 100°C را مخلوط می‌کنیم. اگر اتلاف انرژی ناچیز باشد، دمای تعادل چند درجه‌ی سلسیوس

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

می‌شود؟

پاسخ: بخار با از دست دادن گرمای Q_V به آب 100°C و سپس با دادن گرمای Q به دمای تعادل می‌رسد. یخ با گرفتن گرمای Q_F به آب صفر درجه و با گرفتن گرمای Q' به دمای تعادل می‌رسد. بنابراین:

$$Q_V + Q + Q_F + Q' = 0$$

$$\begin{aligned}
& (\theta - 100) + 2mL_F - \frac{m}{2}L_V + \frac{m}{2}c_{\text{آب}} \\
& + 2mc_{\text{آب}}(\theta - 0) = 0 \\
& -\frac{1}{2} \times 226800 + \frac{1}{2} \times 4200 \times (\theta - 100) \\
& + 2 \times 336000 + 2 \times 4200 \times (\theta - 0) = 0 \Rightarrow \theta = 64^\circ\text{C}
\end{aligned}$$

مثال 2: گرم بخار آب 10°C را با يك قطعه يخ بزرگ قرار مي دهيم . چند گرم يخ، ذوب مي شود؟ اتلاف

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

انرژي ناچيز است ، بخار آب نمي تواند همه ي آن را به آب تبديل کند . بنابراین دماي

تعداد يا دماي نهايي همان 0°C است .

$$\begin{aligned}
& Q_V + Q + Q_F = 0 \\
& -m_1L_V + m_1c(\theta - 100) + m_2L_F = 0 \\
& -\frac{2}{1000} \times 2268000 + \frac{2}{1000} \times 4200(0 - 100) + m_2 \times 336000 = 0 \\
& \Rightarrow m_2 = 0.016 \text{kg} = 16 \text{g}
\end{aligned}$$

مثال: يك كتري برقي با توان 3kW ، در چند ثانيه مي تواند 500g آب خالص 10°C را به طور كامل به

$$L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

بخار آب 10°C تبديل کند؟ از اتلاف گرما صرف نظر مي شود

پاسخ:

$$W = Q = Pt \Rightarrow Q_V = Pt$$

$$\Rightarrow \frac{500}{1000} \times 2268 \times 10^3 = 3 \times 10^3 \times t \Rightarrow t = 378 \text{s}$$

مثال: براي تبديل 1kg يخ 20°C به آب 10°C چند ژول گرما لازم است؟

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad c_{\text{يخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

پاسخ:

$$\xrightarrow{Q_F} 0^\circ\text{C} \text{ يخ} \xrightarrow{Q_{\text{يخ}}} 20^\circ\text{C} \text{ يخ}$$

$$\text{آب} \xrightarrow{Q_{\text{آب}}} 10^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_T = Q_{\text{يخ}} + Q_F + Q_{\text{آب}}$$

$$Q_T = mc_1(0 - \theta_1) + mL_F + mc_2(\theta_2 - 0)$$

$$Q_T = 1 \times (2100 - (0 - (-20))) + 336000 + 4200 \times 10$$

$$Q_T = 42000 + 336000 + 42000 = 420000 \text{ J} = 4/2 \times 10^5 \text{ J}$$

مثال: در ظرفی 100g آب 10°C و 25g یخ 0°C وجود دارد. دمای تعادل چند درجه‌ی سلسیوس می‌شود؟

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

اتلاف انرژی ناچیز است

پاسخ:

$$Q_F = mL_F = \frac{25}{1000} \times 336 \times 10^3 = 8400 \text{ J}$$

برای آب شدن تمام یخ صفر درجه‌ی سلسیوس به آب 0°C، باید 8400J انرژی گرمایی به یخ داده شود. اگر آب به دمای صفر سلسیوس برسد، چه اندازه گرما از دست می‌دهد؟

$$Q = mc\Delta\theta = \frac{100}{1000} \times 4200(0 - 10) \Rightarrow Q = -4200 \text{ J}$$

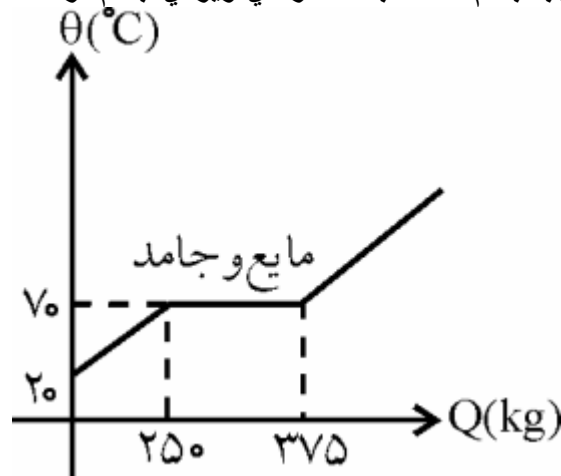
چون $|Q| < Q_F$ است، بنابراین تمام یخ ذوب نمی‌شود و دمای تعادل مخلوط یخ و آب، صفر سلسیوس است. آیا می‌توانید جرم یخ ذوب شده را به دست آورید؟

$$Q = m'L_F$$

$$4200 = m' \times 336 \times 10^3 \Rightarrow m' = 0/0125 \text{ kg} = 12/5 \text{ g}$$

مثال: شکل زیر نمودار تغییرات دمای جسمی را بر حسب گرمایی داده شده به آن نشان می‌دهد. اگر

گرمایی ویژه‌ی نهان ذوب جسم $50 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ باشد. گرمایی ویژه‌ی جسم در حالت جامد چند $\frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ است؟



پاسخ: مقدار گرمایی داده شده برای تغییر حالت از جامد به مایع برابر $375 - 250 = 125 \text{ kJ}$ است. بنابراین:

$$Q_F = mL_F \Rightarrow 125 \times 10^3 = m \times 50 \times 10^3 \Rightarrow m = 2/5 \text{ kg}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 250 \times 10^3 = 2/5 \times c \times 50$$

$$\Rightarrow c = \frac{10000}{5} = 2000 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} = 2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$$

مثال: يك گرم يخ، تقريباً صد كالري گرما مي‌گيرد تا به يك گرم آب 10°C تبديل شود. در اين صورت دمائي اوليهي يخ چند درجهي سلسيوس بوده است؟

$$C_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad C_{\text{بـخ}} = 0/5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad L_F = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

پاسخ:

$$Q = mC_{\text{بـخ}} \Delta\theta + mL_F + mC_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$100 = 1 \times 0/5 \times \Delta\theta + 1 \times 80 + 1 \times 1 \times 10 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 20 = 0 - \theta_1 = -20^\circ\text{C}$$

تبخير سطحي

بخار شدن مايع‌ها از سطح آزاد آن‌ها را تبخير سطحي مي‌گوئيم.



چون عمل تبخير گرماگير است، مولكول‌هاي بخار شده، انرژي گرمائي لازم جهت تبخير را از مولكول‌هاي باقي‌مانده مي‌گيرند. در نتيجه، انرژي دروني مايع باقي‌مانده کاهش يافته و دمائي آن نيز کاهش مي‌يابد. تبخير سطحي در هر دمائي رخ مي‌دهد و نيازي نيست كه دمائي مايع به دمائي نقطه‌ي جوش برسد.

تجربه نشان داده است كه هر اندازه مساحت سطح آزاد مايع و دمائي آن بيش‌تر باشد، تبخير سطحي بيش‌تر مي‌شود.

اثر تغيير دما بر طول و سطح و حجم اجسام

اکثر ماده‌ها در هر حالي جامد، مايع، گاز به هنگام تغيير دما، تغيير حجم مي‌دهند.

افزایش طول يك میله‌ی بلند و باریک بر اثر گرم شدن در مقایسه با افزایش قطر سطح مقطع آن بسیار بزرگتر است. به همین نسبت برای يك ورقه‌ی فلزی افزایش سطح به مراتب بزرگتر از افزایش ضخامت آن است.

بنابراین با توجه به شکل جسم‌ها، انبساط طولی، سطحی یا حجمی برای جامدها در نظر می‌گیرند. مقدار تغییر طول يك میله‌ی جامد، به طول اولیه‌ی آن و تغییرات دما و جنس آن بستگی دارد.

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \Delta T} \quad \Delta L \propto L_1 \Delta T \Rightarrow \Delta L = \alpha L_1 \Delta T$$

در رابطه‌ی بالا، α ضریب انبساط طولی خطی جسم نام داشته، به جنس جسم بستگی دارد. یکای

$$\frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{^\circ\text{C}} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\text{K}} = \frac{1}{\text{K}}$$

ضریب انبساط طولی

برای سطح و حجم جامدها، ضریب انبساط سطحی و حجمی، مانند ضریب انبساط طولی جامد، تعریف می‌شود.

می‌توان نشان داد ضریب انبساط سطحی تقریباً 2α و ضریب انبساط حجمی تقریباً 3α است.

$$2\alpha = \frac{\Delta A}{A_1 \Delta T} \Rightarrow \Delta A = A_1 2\alpha \Delta T$$

سطحی انبساط ضریب

$$\beta = 3\alpha = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta T} \Rightarrow \Delta V = V_1 \beta \Delta T$$

حجمی انبساط ضریب

می‌توان طول، سطح و حجم جامدها را بعد از افزایش آن به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \alpha L_1 \Delta T \Rightarrow L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

$$\Delta A = A_2 - A_1 = 2\alpha A_1 \Delta T \Rightarrow A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta T)$$

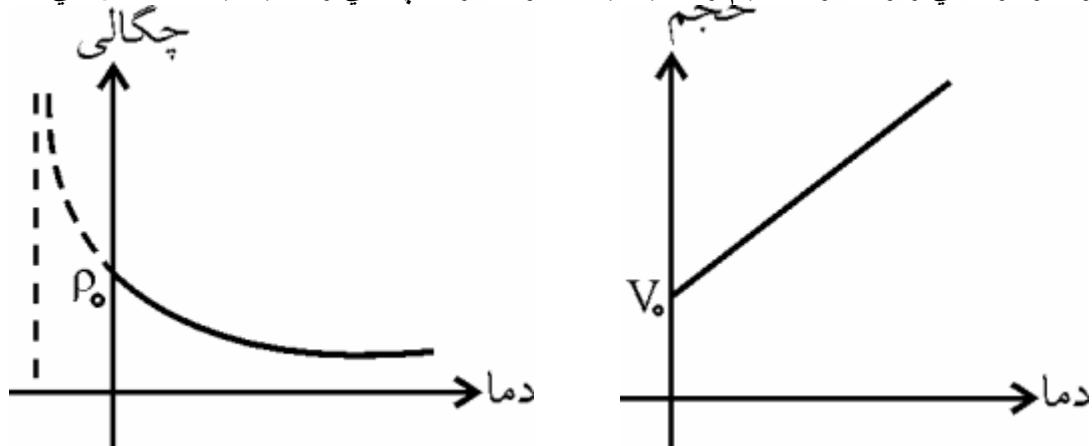
$$\Delta V = V_2 - V_1 = 3\alpha V_1 \Delta T \Rightarrow V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$$

تغییر حجم بر اثر تغییر دما، روی کمیت چگالی هم مؤثر است

طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی با حجم جسم و در نتیجه تغییر دما نسبت وارون دارد و با افزایش یا

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta T}$$

کاهش دما، به ترتیب چگالی کاهش یا افزایش می‌یابد. داریم: دو نمودار کیفی زیر تغییرات حجم را نسبت به دما و تغییرات چگالی را نسبت به دما نشان می‌دهند.



مایع‌ها بر اثر افزایش دما انبساط می‌یابند و تغییر حجم آن‌ها به علت تغییر دما، اساس کار دماسنج‌های مایعی جیوه‌ای و الکلی است.

هنگامی که ظرف محتوی مایعی را گرم می‌کنیم هم مایع و هم حجم ظرف انبساط می‌یابند، بنابراین میزان تغییر حجم مایع واقعی نیست.

اگر ضریب انبساط واقعی مایع α و ضریب انبساط حجمی ظرف β باشد، ضریب انبساط ظاهری مایع (α') از رابطه $\alpha' = \alpha - \beta$ به دست می‌آید. برای انبساط واقعی (ΔV) و انبساط ظاهری ($\Delta V'$) مایع، داریم:

$$\Delta V = V_1 \alpha \Delta T$$

$$\Delta V' = V_1 \alpha' \Delta T$$

مثال: ظرفی به حجم 2lit پر از مایع است. افزایش دما موجب بیرون ریختن 0/2lit مایع از ظرف شده است. اگر انبساط حجمی ظرف 0/05lit باشد، تغییر حجم مایع چند لیتر است؟

پاسخ: در ابتدا به نظر می‌رسد که تغییر حجم مایع،

0/2lit است. این تغییر حجم مایع، تغییر حجم ظاهری مایع است ولی حجم ظرف هم بر اثر تغییر دما،

انبساط یافته است، بنابراین تغییر حجم واقعی مایع برابر است با:

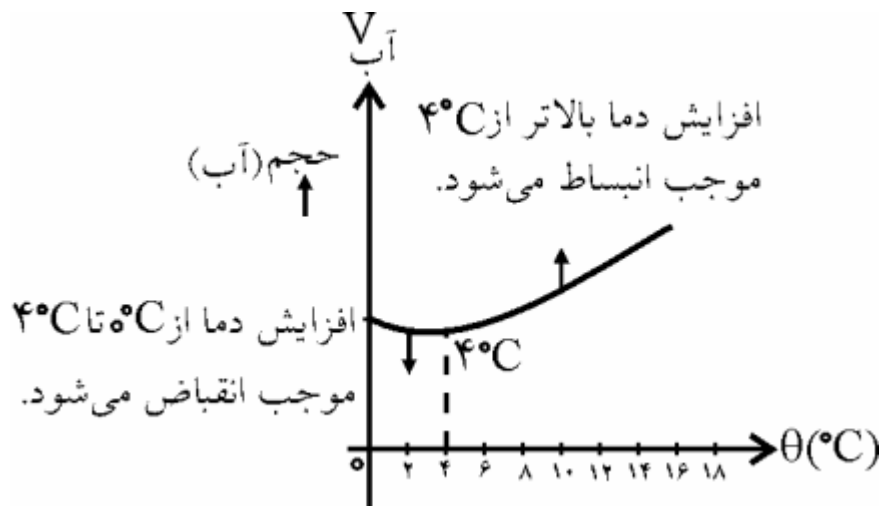
$$\Delta V = \Delta V' + \Delta V_{\text{ظرف}}$$

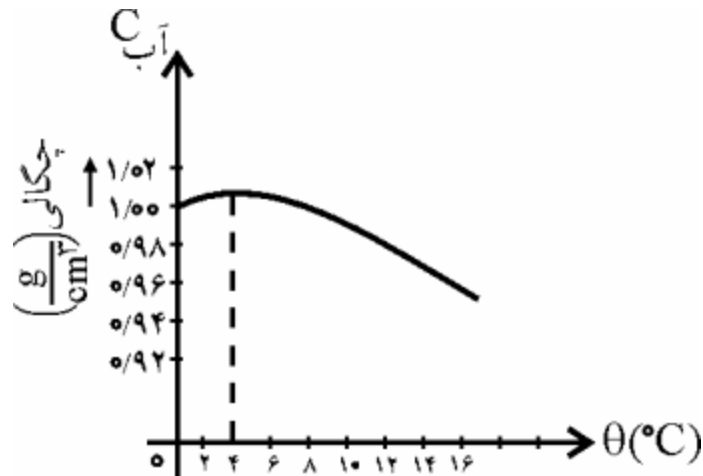
$$\Delta V = 0/2 + 0/05 = 0/25 \text{lit}$$

همیشه انبساط ظاهری مایع کمتر از انبساط واقعی آن است.

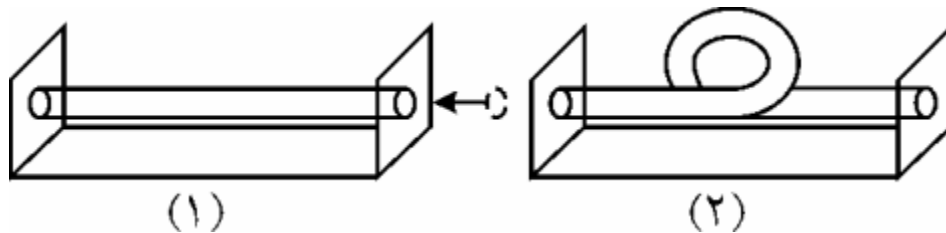
آب یک مایع استثنایی است. با افزایش دما تا 4°C حجم آب کاهش یافته و از 4°C به بالا، حجم آن زیاد می‌شود.

در دو نمودار زیر، تغییرات حجم و چگالی آب را بر حسب دما، مشاهده می‌کنید.





مثال: گرما در شکل‌های زیر، چه تغییری در شکل دو لوله که از دو انتها ثابت‌اند به وجود می‌آورد؟



پاسخ: در شکل 1 گرما باعث افزایش طول آن شده و چون دو انتها ثابت‌اند، لوله خم می‌شود. در شکل 2 گرما باعث افزایش طول آن می‌شود ولی شکل مستقیم لوله تغییر نمی‌کند زیرا این افزایش طول در افزایش شعاع حلقه ظاهر می‌شود.

در کشورهای با آب و هوای بسیار گرم در لوله‌های انتقال نفت و گاز متناوباً لوله‌ها را به صورت حلقه درمی‌آورند. چرا؟

مثال: ضریب انبساط طولی میله‌ای $2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$ است. اگر دمای این میله به اندازه 50°C افزایش یابد، طول آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

پاسخ:

$$\frac{\Delta L}{L_1} =$$

میله طول نسبی تغییر

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \frac{L_1 \alpha \Delta T}{L_1} = 2 \times 10^{-5} \times 50 = 10^{-3}$$

یا 0.1%

مثال: در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس، یک مکعب توپر و یک مکعب توخالی هر دو از جنس مس و به ضلع a داریم. اگر به هر دو به اندازه‌ی Q ژول گرما بدهیم، سطح جانبی کدامیک بزرگتر خواهد شد؟
پاسخ: اندازه‌ی گرمایی داده شده برابر است. بنابراین:

$$Q = mc\Delta T$$

m توخالی مکعب $< m$ توپر مکعب
 $\Rightarrow \Delta T$ توخالی مکعب $> \Delta T$ توپر مکعب

و داریم:

$$\Delta A = A_1(2\alpha)\Delta T$$

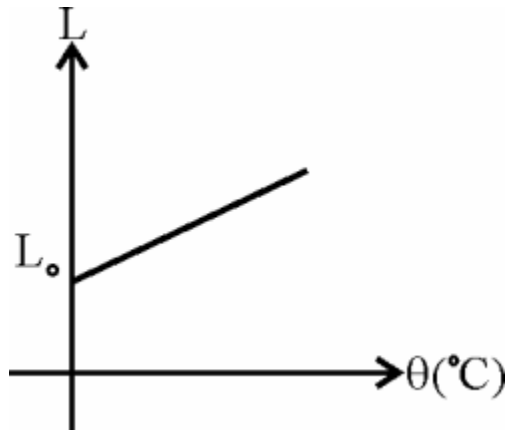
ΔA توخالی مکعب $> \Delta A$ توپر مکعب

مثال: يك خطكش فولادي در 20°C ، دقيق نشان مي‌دهد. اگر آن را در صفر درجه‌ي سلسيوس به‌كار ببريم، خطاي نسبي آن چه‌قدر است؟

پاسخ: خطاي نسبي خطكش برابر با تغييرات طول به‌ازاي واحد طول آن است. بنابراین:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T = 10^{-5} \times 20 = 2 \times 10^{-4}$$

مثال: نمودار تغييرات طول يك ميله را بر حسب دما رسم كنيد. شيب اين نمودار معرف چيست؟



پاسخ: طول يك ميله در دماي $\theta^{\circ}\text{C}$ را با در نظر گرفتن طول آن در دماي صفر درجه‌ي سلسيوس، مي‌توان از رابطه‌ي $L = L_0(1 + \alpha\theta)$ به‌دست آورد كه طول ميله در دماي $\theta = 0^{\circ}\text{C}$ است. بنابراین نمودار، خط راستي با شيب $L_0\alpha$ است.

مثال: احتمال ترك خوردن ظرف شيشه‌اي ضخيم بر اثر ريختن آب جوش درون آن بيش‌تر است يا ظرف شيشه‌اي با ديواره‌هاي نازك؟

پاسخ: احتمال ترك خوردن ظرف شيشه‌اي با ديواره‌ي ضخيم بيش‌تر است. زيرا ابتدا ديواره‌ي دروني ظرف كه در تماس با آب جوش است، منبسط مي‌شود شيشه رساناي خوبي نيست و چون هنوز گرما به ديواره‌ي خارجي نرسيده است، نيروي وارد بر آن به علت انبساط ديواره‌ي داخلي، باعث ترك خوردن شيشه مي‌شود.

مثال: دمایی ورقه‌ای مربع شکل، از جنس نقره را 40°C افزایش می‌دهیم؛ مساحت آن $14/4\text{cm}^2$ افزایش می‌یابد. طول ضلع مربع، در ابتدا چند متر بوده است؟ $\alpha = 18 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$

پاسخ:

$$\Delta A = A_1 2\alpha \Delta T \Rightarrow A_1 = \frac{\Delta A}{2\alpha \Delta T}$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{14/4}{2 \times 18 \times 10^{-6} \times 40} = 0/01 \times 10^6 = 10000 \text{cm}^2$$

$$A_1 = L^2 \Rightarrow 10^4 = L^2 \Rightarrow L = 10^2 \text{cm} = 1\text{m}$$

مثال: دمایی گلوله‌ای توپری از جنس مس با ضریب انبساط طولی $17 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ را چند درجه‌ای

8

سلسیوس افزایش دهیم، تا افزایش حجم آن 100 حجم اولیه‌اش گردد؟

پاسخ:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow \frac{8}{100} V_1 = V_1 \times 3 \times 17 \times 10^{-6} \times \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T; 1568/6 \text{ K}$$

$$\Delta \theta = \Delta T \Rightarrow \Delta \theta; 1568/6^{\circ}\text{C}$$

2

مثال: دمایی یک ورق فلزی را 100 درجه‌ای سلسیوس افزایش می‌دهیم، در نتیجه به اندازه‌ی 1000 طول اولیه بر طول آن اضافه می‌شود. ضریب انبساط سطحی این فلز چند K^{-1} است؟

پاسخ:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{2}{1000} L_1 = L_1 \alpha \times 100$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

$$= 2\alpha = 4 \times 10^{-5} \text{K}^{-1} \text{ سطحی انبساط ضریب}$$

مثال: دمایی دو میله‌ی فلزی همجنس و هم‌دما به طول‌های L و $2L$ را به ترتیب 40°C و 50°C افزایش می‌دهیم. نسبت افزایش طول میله‌ی اول به دوم چه قدر است؟

پاسخ:

$$\frac{\Delta L}{\Delta L'} = \frac{L \alpha \Delta T}{2L \alpha \Delta T'} = \frac{1}{2} \times \frac{40}{50} = \frac{2}{5} = 0/4$$

مثال: به مدت 30 دقیقه به مقداری آب 0°C به‌طور یکنواخت، گرما می‌دهیم. آب شروع به جوشیدن می‌کند. چند دقیقه‌ی دیگر طول می‌کشد تا تمام آب جوش به بخار تبدیل شود؟

$$c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, \quad L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

پاسخ: به طور یکنواخت گرما دادن به معنای آن است که با توان ثابت به آب گرما داده می شود.

$$P = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{mc\Delta\theta}{t_1} = \frac{mL_V}{t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{4200 \times 100}{30} = \frac{2268 \times 10^3}{t_2} \Rightarrow t_2 = 162 \text{ min}$$

مثال: ظرفی شیشه‌ای به حجم یک لیتر و به ضریب انبساط طولی $9 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ ، در دمای 10°C از مایعی به ضریب انبساط حجمی $5 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$ در همان دما پر شده است. اگر دمای این مجموعه را به 60°C برسانیم، چند سانتی متر مکعب سی سی مایع از ظرف بیرون می ریزد؟
پاسخ: مقدار مایعی که بیرون می ریزد، انبساط ظاهری مایع است. داریم:

$$\beta'' = \beta' - \beta = \beta' - 3\alpha = 5 \times 10^{-4} - 3 \times 9 \times 10^{-6}$$

$$= 4/73 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$$

$$\Delta V' = V_1 \beta'' \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta V' = 1 \times 4/73 \times 10^{-4} \times (60 - 10)$$

$$= 23/65 \times 10^{-3} \text{ lit} = 23/65 \text{ cm}^3$$

مثال: نشان دهید برای یک میله که از n قسمت متوالی با جنس‌های متفاوت و به طول‌های L_1, L_2, \dots, L_n و ضریب‌های انبساط طولی $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ساخته شده است، ضریب انبساط طولی

$$\alpha_T = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2 + \dots + L_n \alpha_n}{L_1 + L_2 + \dots + L_n}$$

کل میله از رابطه‌ی به دست می آید.

پاسخ: فرض کنید دمای میله را به اندازه‌ی $\Delta\theta$ افزایش دهیم. هر قسمت آن، تغییر طولی خواهد داشت که برابر است با:

$$\Delta L_1 = \alpha_1 L_1 \Delta\theta, \quad \Delta L_2 = \alpha_2 L_2 \Delta\theta, \quad \dots, \quad \Delta L_n = \alpha_n L_n \Delta\theta$$

طول هاست.

$$\Delta L_T = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \dots + \Delta L_n = (\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \dots + \alpha_n L_n) \Delta\theta$$

برای ΔL_T می توان نوشت:

$$\Delta L_T = \alpha_T L_T \Delta\theta$$

که در آن $L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_n$ است. با قرار دادن این رابطه در رابطه‌ی قبلی خواهیم داشت:

$$\alpha_T L_T \Delta\theta = (\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \dots + \alpha_n L_n) \Delta\theta$$

با حذف $\Delta\theta$ از دو طرف تساوی، داریم:

$$\alpha_T = \frac{\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \dots + \alpha_n L_n}{L_1 + L_2 + \dots + L_n}$$

انتقال

رسانش

در این روش، انرژی توسط ذره‌های جسم، ذره به ذره منتقل می‌شود. به جسم‌هایی که می‌توانند گرما را به این روش منتقل کنند، رسانای گرمایی گفته می‌شود. فلزها رساناهای گرمایی خوبی هستند.

آهنگ شارش گرما به روش رسانش با اختلاف دما و زمان عبور گرما و مساحت سطح مقطع جسم (نسبت مستقیم و با ضخامت) طول (نسبت وارون دارد). بنابراین:

$$Q = K \frac{At\Delta\theta}{L}$$

K ثابت تناسب است و رسانندگی گرمایی نام دارد و یکای آن برابر است با:

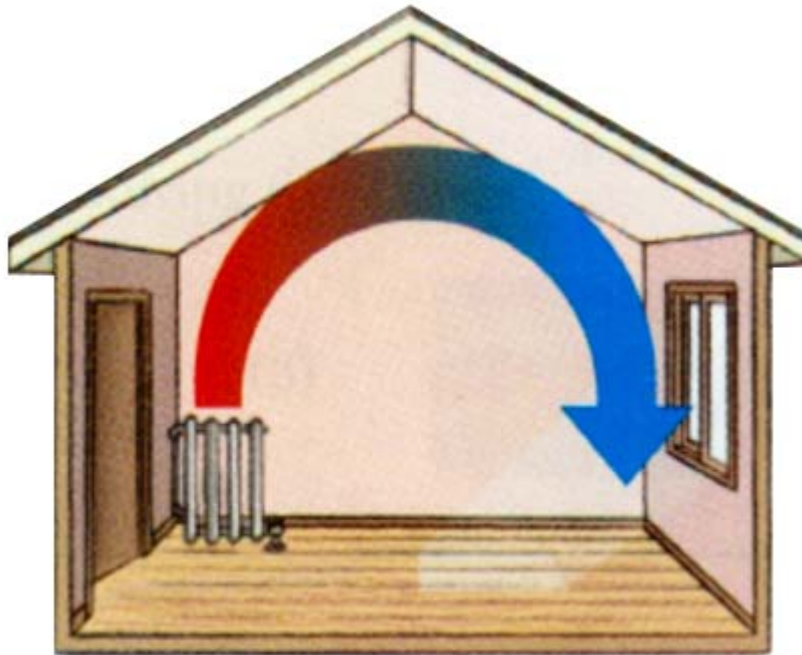
$$K = \frac{QL}{At\Delta\theta} \Rightarrow$$

$$= \frac{J.m}{m^2.s.K} = \frac{J}{m.s.K} = \frac{W}{m.K}$$

یکای رسانندگی گرمایی

همرفتی

انتقال گرما به روش همرفتی توسط مایع‌ها و گازها به این ترتیب صورت می‌گیرد که حجم بخشی از مایع و یا گاز که گرم شده، افزایش می‌یابد، بنابراین چگالی آن کاهش یافته و درون مایع و یا گاز بالا می‌رود. در نتیجه مایع و گازی که سرد است و چگالی بیشتری دارد، پایین آمده و جای آن را می‌گیرد؛ این عمل باعث انتقال گرما به هم‌هی نقاط مایع یا گاز می‌شود.



تابش

تمام جسم‌ها در هر دمایی از خود انرژی گرمایی تابش می‌کنند؛ علاوه بر این، هر جسم مقداری از انرژی تابشی سایر جسم‌ها را جذب می‌کند. این جذب انرژی بستگی به ویژگی سطح آن جسم دارد. هر اندازه سطح آن صاف‌تر، صیقلی‌تر و سفیدتر باشد، جذب انرژی کمتر است. در این روش، انرژی برای انتقال نیازی به محیط مادی ندارد و گرمایی تابش شده بسیار سریع با سرعت نور منتقل می‌شود.



مثال: میله‌ای سربی، با رسانندگی گرمایی $35 \frac{W}{m.K}$ ، طول یک متر و سطح مقطع دایره‌ای شکل به قطر 4mm در اختیار داریم. چنانچه یک سر آن، در کوره‌ای به دمای $200^{\circ}C$ و سر دیگر آن روی قطعه‌ی یخ در حال ذوب واقع شود، این میله در مدت 10 ثانیه چند ژول گرما از کوره به یخ انتقال می‌دهد؟

پاسخ:

$$Q = K \frac{At\Delta\theta}{L} = 35 \times \frac{\pi \times 4 \times 10^{-6} \times 10 \times (200-0)}{1} = 0.8792 J$$

مثال: یک سر میله‌ای مسی به طول 4m در آب جوش و سر دیگر آن در مخلوط آب و یخ قرار دارد. در هر ثانیه چند ژول گرما از آب جوش به مخلوط یخ و آب منتقل می‌شود؟ قطر سطح مقطع میله 4cm

$$K_{Cu} = 400 \frac{J}{s.m.K}$$

است

پاسخ:

$$Q = K \frac{At\Delta\theta}{L} = 400 \times \frac{\pi \times 4 \times 10^{-4} \times 1 \times (100-0)}{4} = 12.56 J$$

گازها نیز بر اثر تغییر دما تغییر حجم می‌دهند. اما اثر تغییر دما، فقط روی حجم گازها نیست و فشار گاز نیز به علت تغییر دما، تغییر می‌کند.

گاز کامل

قانون گاز کامل

قانون بویل و ماریوت

برای یک گاز کامل در دمای ثابت، حاصل ضرب حجم در فشار آن مقداری ثابت است.

$$\Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 = \dots \text{ ثابت } T =$$

قانون شارل و گیلوساک

در فشار ثابت، نسبت حجم به دمای مطلق مقداری گاز کامل، مقداری ثابت است.

$$\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \dots$$

P = ثابت

مثال: مقداری گاز در دمای 300K زیر پیستونی قرار دارد. اگر با جابه‌جایی پیستون، حجم گاز را دو برابر کرده و دمای گاز را نیز به 400K برسانیم، فشار گاز چند برابر می‌شود؟

پاسخ:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{300} = \frac{2V_1P_2}{400}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{2}{3}P_1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{2}{3}$$

مثال: فشار سنجی، فشار گاز داخل مخزنی به حجم 20lit را 55atm نشان می‌دهد. حجم همین مقدار گاز در فشار 20atm و با همان دما چند لیتر است؟

پاسخ:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

چون دما ثابت مانده، $T_1 = T_2$ است. با حذف T از دو طرف رابطه، نتیجه می‌شود:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$55 \times 20 = 20 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 55 \text{ lit}$$

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

در رابطه‌ی $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ ، یکای P_1 و P_2 در دو طرف رابطه باید یکسان باشد؛ مثلاً هر دو اتمسفر و یا هر دو پاسکال و ... باشند. همچنین یکای V_1 و V_2 باید یکسان باشد. اما دما (T) را حتماً باید بر حسب کلونین در رابطه قرار داد.

مقدار ثابت در قانون گازهای کامل، برابر nR است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{PV}{T} = nR \Rightarrow PV = nRT$$

ثابت مقدار

که در این رابطه n تعداد مول‌های تشکیل دهنده‌ی گاز و R، ثابت عمومی گازهای کامل است و مقدار آن

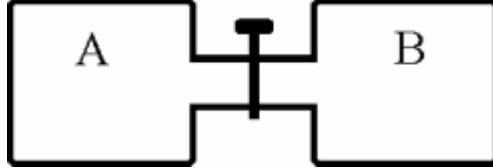
برابر 8/314 است. یکای R در SI، ژول بر مول کلونین (mol.K) است.

$$R = 8/314 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$$

$$\frac{\text{Pa.m}^3}{\text{mol.K}} = \frac{J}{\text{mol.K}}$$

تعداد مول‌های يك گاز (n) از رابطه‌ي $n = \frac{m}{M}$ به دست مي آيد. جرم گاز و M جرم مولكولي آن است.

مثال: در مخزن‌هاي A و B به ترتيب 2lit و 3lit از دو گاز كامل مختلف موجود است كه با هم تركيب نمي‌شوند. پس از باز شدن شير، با ثابت بودن دما، فشار گازهاي مخلوط شده چند اتمسفر است؟ با اين فرض كه فشار مخزن A و B قبل از باز شدن شير، به ترتيب 5atm و 10atm باشد.



پاسخ: براي مخزن A و B مي‌توان نوشت:

$$P_A V_A = n_A R T_A \quad , \quad P_B V_B = n_B R T_B$$

$$\Rightarrow n_A = \frac{P_A V_A}{R T_A} \quad , \quad n_B = \frac{P_B V_B}{R T_B}$$

هنگامي كه شير باز مي‌شود، تعداد مول‌هايي كه در دو ظرف پخش مي‌شوند، برابر است با:

$$n_T = n_A + n_B$$

بنابراين داريم:

$$\frac{P_T V_T}{T_T R} = \frac{P_A V_A}{T_A R} + \frac{P_B V_B}{T_B R}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{PV}{T}\right)_T = \left(\frac{PV}{T}\right)_A + \left(\frac{PV}{T}\right)_B$$

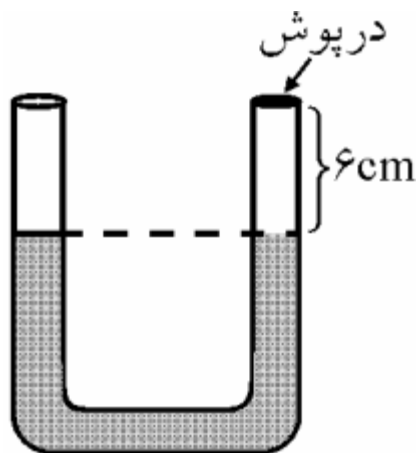
چون دما ثابت مانده است، با حذف آن از دو طرف رابطه، داريم:

$$(PV)_T = (PV)_A + (PV)_B$$

$$V_T = V_A + V_B$$

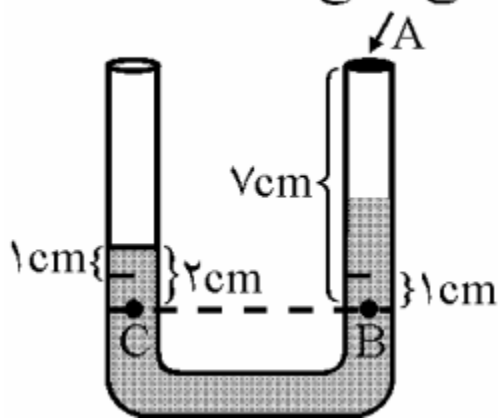
$$\Rightarrow P_T(2+3) = 2 \times 5 + 3 \times 10 \Rightarrow P_T = \frac{40}{5} = 8 \text{ atm}$$

مثال: در شكل زير، هواي لوله‌ي سمت راست توسط درپوشي محبوس شده است. دماي هوا برابر 27°C و فشار هوا در محل آزمايش 76cmHg است. دماي هواي محبوس در لوله‌ي سمت راست را چه قدر بالا ببريم تا اختلاف ارتفاع سطح جيوه در دو طرف 2cm شود؟ مساحت سطح مقطع هر دو لوله A، و مايع داخل ظرف، جيوه است.



پاسخ: اگر اختلاف ارتفاع سطح جیوه در دو لوله 2cm باشد، بدین معناست که فشار هوای محبوس، از فشار هوای خارج، 2cmHg بیش‌تر شده است. از طرف دیگر، ارتفاع ستون هوای محبوس از 6cm به 7cm رسیده است چرا؟ برای هوای محبوس در ابتدا داریم:

سطح مقطع



$$P_1 = P_0 = 76 \text{ cmHg}$$

$$V_1 = L_1 A = 6A \text{ cm}^3$$

$$T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}$$

اگر دمای هوای محبوس بعد از افزایش برابر T_2 باشد، برای هوای محبوس داریم:

$$P_2 = P_0 + 2 = 76 + 2 = 78 \text{ cmHg}$$

$$V_2 = L_2 A = (6+1)A = 7A \text{ cm}^3$$

هوا، گاز کامل است و برای هوای محبوس در دو حالت، خواهیم داشت:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{78 \times 7A}{T_2} = \frac{76 \times 6A}{300}$$

$$\Rightarrow T_2 = 359/2 \text{ K}$$

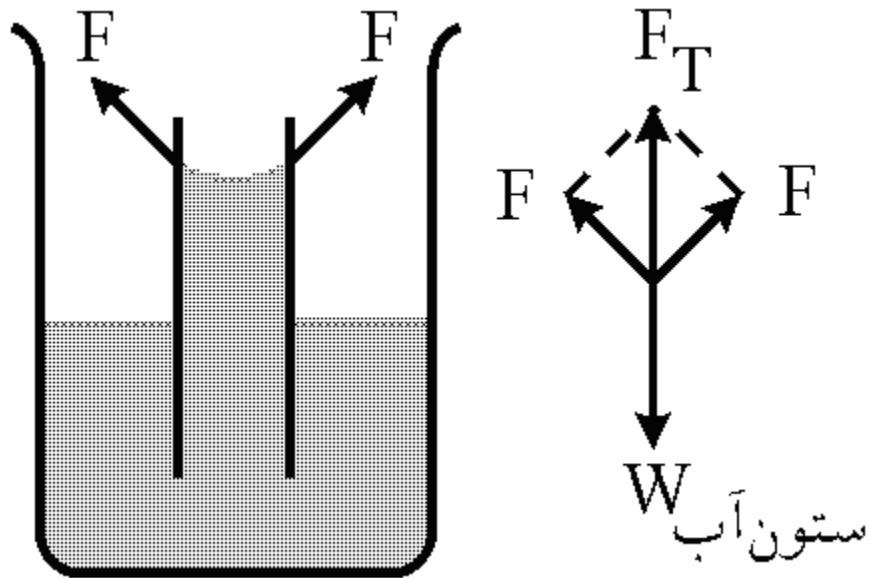
$$\Delta \theta = \Delta T = T_2 - T_1$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 359/2 - 300 = 59/2^\circ \text{C}$$

مثال: قطر یک لوله‌ی مویین 4 میلی‌لیتر و ارتفاع آب بالا آمده درون لوله 25mm می‌باشد. بزرگی نیروی چسبندگی سطحی بین مایع و لوله تقریباً چند نیوتون است؟

$$g; 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \pi; 3, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

پاسخ: برآیند نیروهای چسبندگی بین مایع و لوله برابر با وزن ستونی از مایع به ارتفاع h است که داخل لوله بالا می‌آید.



$$F_T = W_{\text{ستون آب}} = mg = \rho Vg$$

$$= \rho \cdot Ahg = \rho(\pi R^2)hg$$

$$F_T = 1000 \times 3 \times 4 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^{-3} \times 10 = 3 \times 10^{-3} \text{ N}$$